

# FÍSICA

Caso julgue necessário, utilize os seguintes dados:

$$\pi = 3,14$$

$$1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

$$\text{aceleração da gravidade} = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{velocidade da luz} = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{massa específica da água} = 1,0 \text{ g/cm}^3$$

**1 b**

Uma certa grandeza física A é definida como o produto da variação de energia de uma partícula pelo intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Outra grandeza, B, é o produto da quantidade de movimento da partícula pela distância percorrida. A combinação que resulta em uma grandeza adimensional é

- a) AB      b) A/B      c) A/B<sup>2</sup>      d) A<sup>2</sup>/B      e) A<sup>2</sup>B

**Resolução**

Do enunciado temos:

$$A = \Delta E \cdot \Delta t$$

$$B = Q \cdot d$$

$$\text{Portanto: } [A] = ML^2 T^{-2} \cdot T = ML^2 T^{-1}$$

$$[B] = ML T^{-1} \cdot L = ML^2 T^{-1}$$

Como  $[A] = [B]$ , a razão  $\frac{A}{B}$  é adimensional.

**2 a**

Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência circunscrita em um quadrado de lado L com velocidade angular constante. Na circunferência inscrita nesse mesmo quadrado, outra partícula move-se com a mesma velocidade angular. A razão entre os módulos das respectivas velocidades tangenciais dessas partículas é

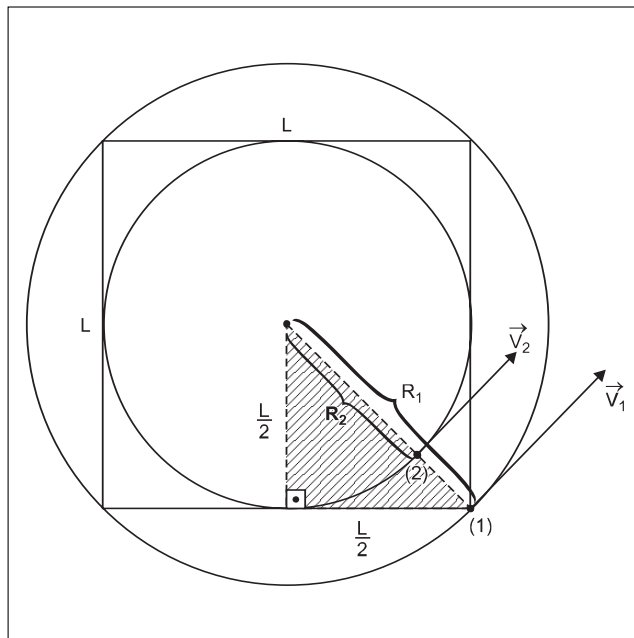
a)  $\sqrt{2}$       b)  $2\sqrt{2}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

e)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Resolução**

A situação descrita está ilustrada no esquema a seguir:



Aplicando-se o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo destacado, obtemos o valor do raio  $R_1$ .

$$R_1^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow R_1 = \frac{L}{2} \sqrt{2}$$

Por outro lado:  $R_2 = \frac{L}{2}$

Sendo  $\omega_1$  e  $\omega_2$  as velocidades angulares das partículas (1) e (2) e  $V_1$  e  $V_2$  os respectivos módulos de suas velocidades tangenciais, temos que:

$$\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

Donde:  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{L}{2} \sqrt{2}}{\frac{L}{2}}$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{2}$$

### 3 e (?)

Uma partícula, partindo do repouso, percorre no intervalo de tempo  $t$ , uma distância  $D$ . Nos intervalos de tempo seguintes, todos iguais a  $t$ , as respectivas distâncias percorridas são iguais a  $3D$ ,  $5D$ ,  $7D$  etc. A respeito desse movimento pode-se afirmar que

- a) a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento cresce exponencialmente com o tempo.
- b) a velocidade da partícula cresce exponencialmente com o tempo.
- c) a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.
- d) a velocidade da partícula é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.
- e) nenhum das opções acima está correta.

#### Resolução

Como os deslocamentos escalares, no mesmo intervalo de tempo  $t$ , variam em progressão aritmética, o movimento é uniformemente variado.

Como a partícula parte do repouso ( $V_0 = 0$ ) temos:

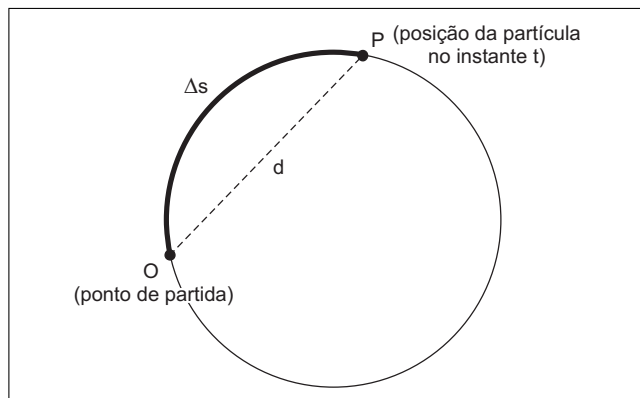
$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$\Delta s = \frac{\gamma}{2} t^2$$

A distância percorrida desde o ponto em que se inicia o movimento é proporcional ao quadrado do tempo em que a partícula está em movimento.

Na alternativa **c** não se mencionou distância percorrida pela partícula. Se a distância de que trata a alternativa **c** for a distância do ponto de partida à posição da partícula no instante considerado, a proposição estará errada pois só seria verdadeira se a trajetória fosse retilínea.

Exemplificando: numa trajetória circular, temos o esquema a seguir



$\Delta s$  é proporcional ao quadrado de  $t$  porém  $d$  não é proporcional ao quadrado de  $t$ .

Dada a omissão da palavra **percorrida** na alternativa **c** preferimos optar pela alternativa **e**.

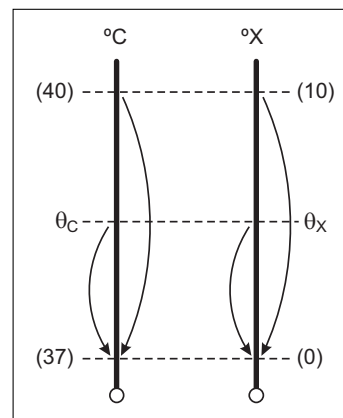
### 4 a

Para medir a febre de pacientes, um estudante de medicina criou sua própria escala linear de temperaturas. Nessa nova escala, os valores de 0 (zero) e 10 (dez) correspondem respectivamente a  $37^\circ\text{C}$  e  $40^\circ\text{C}$ . A temperatura de mesmo valor numérico em ambas escalas é aproximadamente

- a)  $52,9^\circ\text{C}$ .
- b)  $28,5^\circ\text{C}$ .
- c)  $74,3^\circ\text{C}$ .
- d)  $-8,5^\circ\text{C}$ .
- e)  $-28,5^\circ\text{C}$ .

#### Resolução

Comparando-se as escalas, temos:



$$\frac{\theta_c - 37}{40 - 37} = \frac{\theta_x - 0}{10 - 0}$$

$$\frac{\theta_c - 37}{3} = \frac{\theta_x}{10}$$

Fazendo-se  $\theta_x = \theta_c = \theta$ , vem:

$$\frac{\theta - 37}{3} = \frac{\theta}{10} \Rightarrow 10\theta - 370 = 3\theta$$

$$7\theta = 370$$

$$\theta \approx 52,9^\circ\text{C} = 52,9^\circ\text{X}$$

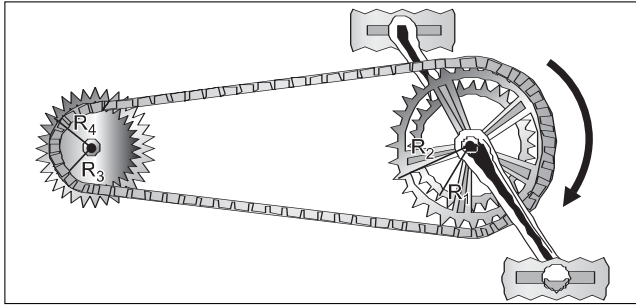
### 5 c

No sistema convencional de tração de bicicletas, o ciclista impele os pedais, cujo eixo movimenta a roda dentada (coroa) a ele solidária. Esta, por sua vez, aciona a corrente responsável pela transmissão do movimento a outra roda dentada (catraca), acoplada ao eixo traseiro da bicicleta. Considere agora um sistema duplo de tração, com 2 coroas, de raios  $R_1$  e  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) e 2 catracas  $R_3$  e  $R_4$  ( $R_3 < R_4$ ), respectivamente. Obviamente, a corrente só toca uma coroa e uma catraca de cada vez, conforme o comando da alavanca de câmbio. A combinação que permite máxima velocidade da bicicleta, para uma velocidade angular dos pedais fixa, é

- a) coroa  $R_1$  e catraca  $R_3$ .
- b) coroa  $R_1$  e catraca  $R_4$ .
- c) coroa  $R_2$  e catraca  $R_3$ .
- d) coroa  $R_2$  e catraca  $R_4$ .
- e) é indeterminada já que não se conhece o diâmetro da roda traseira da bicicleta.

### Resolução

O sistema duplo de tração referido no enunciado está esquematizado a seguir:



Sendo  $V$  a velocidade linear dos pontos de uma das engrenagens (coroa ou catraca),  $\omega$  a velocidade angular de rotação dessa peça e  $R$  seu respectivo raio, temos que:

$$V = \omega R$$

No caso da coroa, sendo  $\omega$  constante (velocidade angular determinada pelos pés do ciclista), deve-se maximizar  $V$ , o que se obtém maximizando-se  $R$ .

Por isso, deve-se operar com a **coroa maior**, de raio  $R_4$ .

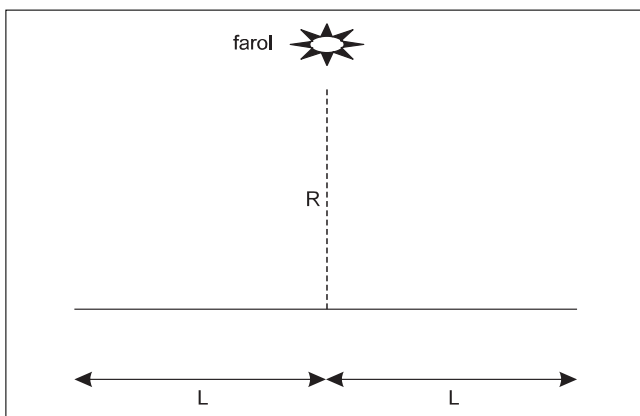
A velocidade linear dos pontos periféricos da coroa é transmitida aos pontos periféricos da catraca, que deve girar com  $\omega$  máximo, o que determina na roda traseira (roda motriz) máxima frequência de rotação. Como  $V$  está pré-determinada, maximiza-se  $\omega$ , minimizando-se  $R$ . Lembre-se que  $V = \omega R$ .

Assim, deve-se operar com a **catraca menor**, de raio  $R_3$ .

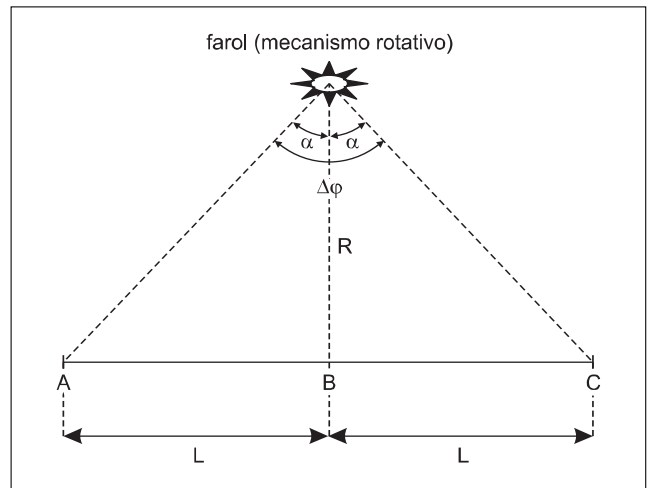
## 6 c ou e

Em um farol de sinalização, o feixe de luz está acoplado a um mecanismo rotativo que realiza uma volta completa a cada  $T$  segundos. O farol se encontra a uma distância  $R$  do centro de uma praia de comprimento  $2L$ , conforme a figura. O tempo necessário para o feixe de luz "varrer" a praia, em cada volta, é

- a)  $\arctg(L/R) T/(2\pi)$       b)  $\arctg(2L/R) T/(2\pi)$   
 c)  $\arctg(L/R) T/\pi$       d)  $\arctg(L/2R) T/(2\pi)$   
 e)  $\arctg(L/R) T/\pi$



### Resolução



1) O tempo necessário para o feixe de luz "varrer" a praia (segmento AC) é igual ao tempo que o mecanismo rotativo do farol gasta para percorrer o ângulo  $\Delta\varphi = 2\alpha$ , representado na figura.

2) Admitindo-se que o movimento do mecanismo rotativo do farol seja uniforme, a velocidade escalar angular ( $\omega$ ) é dada por:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi \cdot T}{2\pi}$$

$$\Delta t = \frac{2\alpha \cdot T}{2\pi}$$

$$\Delta t = \frac{\alpha T}{\pi} \quad (I)$$

3) Da figura, temos:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{L}{R}$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{L}{R}\right) \quad (II)$$

4) Substituindo-se (II) em (I), vem:

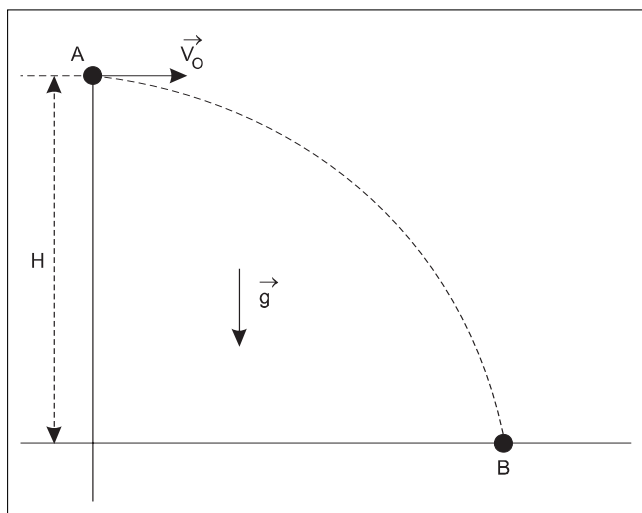
$$\Delta t = \frac{\arctg\left(\frac{L}{R}\right) \cdot T}{\pi}$$

## 7 c

Uma bola é lançada horizontalmente do alto de um edifício, tocando o solo decorridos aproximadamente 2 s. Sendo de 2,5 m a altura de cada andar, o número de andares do edifício é

- a) 5                      b) 6                      c) 8                      d) 9  
 e) indeterminado pois a velocidade horizontal de arremesso da bola não foi fornecida.

### Resolução



1) Desprezando-se o efeito do ar e analisando-se apenas o movimento vertical, temos:

$$\Delta s_y = V_{0y} t + \frac{\gamma_y}{2} t^2 \text{ (MUV)}$$

$$H = 0 + \frac{9,8}{2} (2)^2 \text{ (m)}$$

$$H = 19,6\text{m} \Rightarrow H \approx 20\text{m}$$

2) Sendo  $n$  o número de andares, temos:

$$H = n h$$

onde  $h = 2,5\text{m}$  é a altura de cada andar

$$n = \frac{H}{h} = \frac{20}{2,5} \Rightarrow n = 8$$

### 8 b

Uma bola cai, a partir do repouso, de uma altura  $h$ , perdendo parte de sua energia ao colidir com o solo. Assim, a cada colisão sua energia decresce de um fator  $k$ . Sabemos que após 4 choques com o solo, a bola repica até uma altura de  $0,64 h$ . Nestas condições, o valor do fator  $k$  é

- a)  $\frac{9}{10}$                       b)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       c)  $\frac{4}{5}$   
 d)  $\frac{3}{4}$                       e)  $\frac{5}{8}$

### Resolução

Seja  $E_0$  a energia mecânica inicial e  $E_1, E_2, E_3$  e  $E_4$  as energias mecânicas após a primeira, segunda, terceira e quarta colisões, respectivamente.

De acordo com o texto:

$$E_1 = k E_0$$

$$E_2 = k E_1 = k^2 E_0$$

$$E_3 = k E_2 = k^3 E_0$$

$$E_4 = k E_3 = k^4 E_0$$

Porém:

$$E_0 = m g h$$

$$E_4 = m g 0,64h$$

Portanto:

$$m g 0,64h = k^4 \cdot m g h$$

$$k^4 = 0,64 = \frac{64}{100}$$

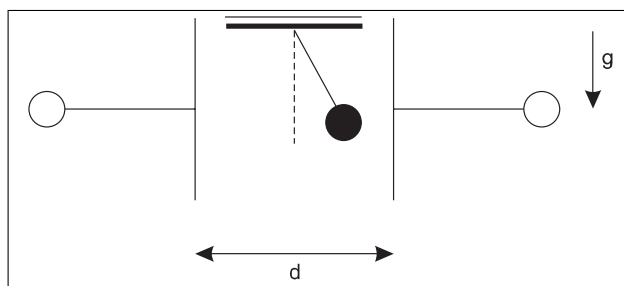
$$k^2 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$k = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

### 9 c

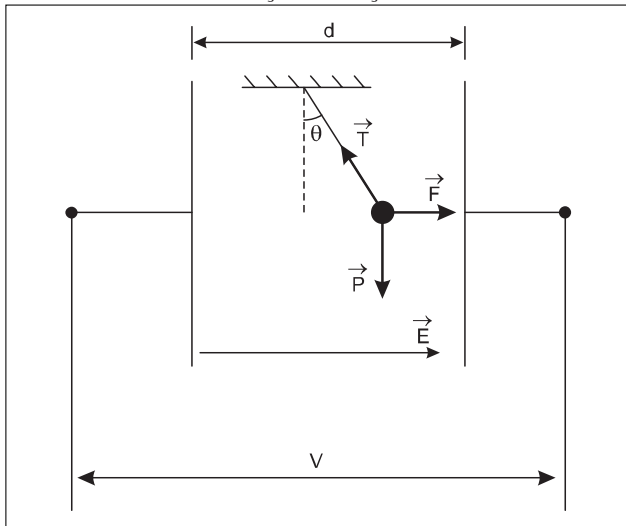
Uma esfera de massa  $m$  e carga  $q$  está suspensa por um fio frágil e inextensível, feito de um material eletricamente isolante. A esfera se encontra entre as placas paralelas de um capacitor plano, como mostra a figura. A distância entre as placas é  $d$ , a diferença de potencial entre as mesmas é  $V$  e esforço máximo que o fio pode suportar é igual ao quádruplo do peso da esfera. Para que a esfera permaneça imóvel, em equilíbrio estável, é necessário que

- a)  $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 15 m g$                       b)  $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 4 (m g)^2$   
 c)  $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 15 (m g)^2$                       d)  $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 16 (m g)^2$   
 e)  $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 > 15 m g$

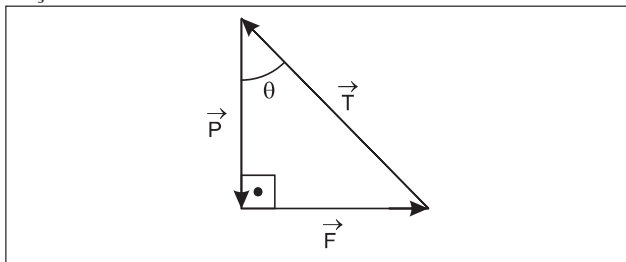


### Resolução

As forças que agem na esfera são: o peso  $\vec{P}$ , a força eletrostática  $\vec{F}$  e a força de tração do fio  $\vec{T}$ .



Estando a esfera em equilíbrio a linha poligonal das forças é fechada.



Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$T^2 = P^2 + F^2$$

sendo  $P = mg$ ,  $F = |q| \cdot E = |q| \cdot \frac{V}{d}$ , vem:

$$T^2 = (mg)^2 + \left( \frac{|q| \cdot V}{d} \right)^2$$

sendo  $T_{\text{máx.}} = 4P = 4mg$  o esforço máximo que o fio pode suportar, vem:

$$T^2 \leq T_{\text{máx.}}^2$$

$$(mg)^2 + \left( \frac{|q| \cdot V}{d} \right)^2 \leq (4mg)^2$$

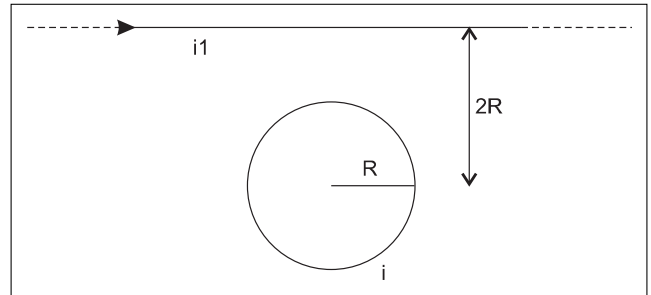
$$\left( \frac{|q| \cdot V}{d} \right)^2 \leq 15 (mg)^2$$

Estando o primeiro membro ao quadrado, podemos tirar o módulo da carga elétrica  $q$ . Assim, temos:

$$\left( \frac{q \cdot V}{d} \right)^2 \leq 15 (mg)^2$$

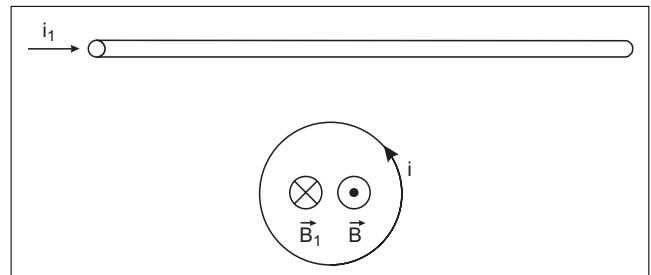
### 10 b

Um espira circular de raio  $R$  é percorrida por uma corrente  $i$ . A uma distância  $2R$  de seu centro encontra-se um condutor retilíneo muito longo que é percorrido por uma corrente  $i_1$  (conforme a figura). As condições que permitem que se anule o campo de indução magnética no centro da espira, são, respectivamente



- $(i_1 / i) = 2\pi$  e a corrente na espira no sentido horário.
- $(i_1 / i) = 2\pi$  e a corrente na espira no sentido anti-horário.
- $(i_1 / i) = \pi$  e a corrente na espira no sentido horário.
- $(i_1 / i) = \pi$  e a corrente na espira no sentido anti-horário.
- $(i_1 / i) = 2$  e a corrente na espira no sentido horário.

### Resolução



De acordo com a regra da mão direita, o fio 1 gera no centro da espira circular um campo de indução magnética  $\vec{B}_1$ , perpendicular ao plano da figura e entrando no papel.

Para que o campo de indução magnética resultante seja nulo, a corrente elétrica que percorre a espira deve produzir um campo de indução magnética  $\vec{B}$  com a mesma direção de  $\vec{B}_1$ , porém, sentido oposto.

Nessa situação, utilizando novamente a regra da mão direita, agora para a espira, concluímos que a corrente elétrica que a percorre deve circular no sentido anti-horário.

Temos ainda:

$$|\vec{B}_1| = |\vec{B}|$$

$$\frac{\mu i_1}{2\pi d} = \frac{\mu i}{2R}$$

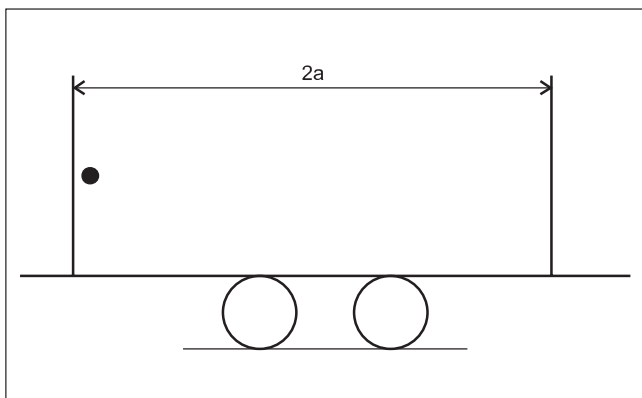
$$\frac{i_1}{2\pi (2R)} = \frac{i}{2R}$$

$$\frac{i_1}{i} = 2\pi$$

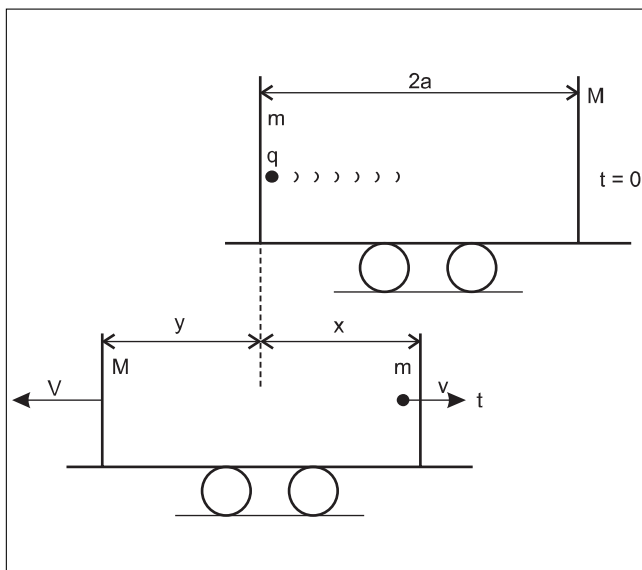
# 11 a

Um capacitor plano é formado por duas placas paralelas, separadas entre si de uma distância  $2a$ , gerando em seu interior um campo elétrico uniforme  $E$ . O capacitor está rigidamente fixado em um carrinho que se encontra inicialmente em repouso. Na face interna de uma das placas encontra-se uma partícula de massa  $m$  e carga  $q$  presa por um fio curto e inextensível. Considere que não haja atritos e outras resistências a qualquer movimento e que seja  $M$  a massa do conjunto capacitor mais carrinho. Por simplicidade, considere ainda a inexistência da ação da gravidade sobre a partícula. O fio é rompido subitamente e a partícula move-se em direção à outra placa. A velocidade da partícula no momento do impacto resultante, vista por um observador fixo ao solo, é

- a)  $\sqrt{\frac{4 q E M a}{m (M + m)}}$       b)  $\sqrt{\frac{2 q E M a}{m (M + m)}}$   
 c)  $\sqrt{\frac{q E a}{(M + m)}}$       d)  $\sqrt{\frac{4 q E m a}{M (M + m)}}$   
 e)  $\sqrt{\frac{4 q E a}{m}}$



## Resolução



Sendo o sistema isolado de forças externas, há conservação da quantidade de movimento. Como o sistema está inicialmente em repouso, podemos escrever para o instante  $t$ :

$$m \cdot v = M \cdot V$$

$$m \cdot \frac{x}{\Delta t} = M \cdot \frac{y}{\Delta t}$$

$$m \cdot x = M \cdot y \quad (1)$$

$$\text{Mas } y + x = 2a \quad (2)$$

De (2), vem  $y = 2a - x$

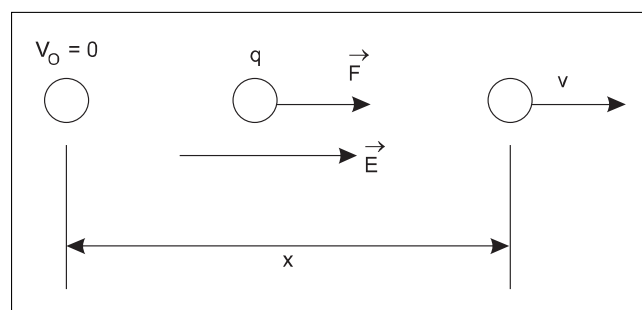
Em (1)

$$m \cdot x = M (2a - x)$$

$$(m + M) x = 2aM$$

$$x = \frac{2aM}{m + M}$$

Assim, temos:



Supondo  $q > 0$ , temos:

$$F = q \cdot E = m \cdot \gamma$$

$$\gamma = \frac{q E}{m}$$

Pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot \gamma \cdot x$$

$$v^2 = 0 + 2 \cdot \frac{q E}{m} \cdot \frac{2aM}{(m + M)}$$

$$v = \sqrt{\frac{4 q E M a}{m(m + M)}}$$

**12 c**

Um diapasão de frequência 400 Hz é afastado de um observador, em direção a uma parede plana, com velocidade de 1,7 m/s. São nominadas:  $f_1$ , a frequência aparente das ondas não-refletidas, vindas diretamente até o observador;  $f_2$ , frequência aparente das ondas sonoras que alcançam o observador depois de refletidas pela parede e  $f_3$ , a frequência dos batimentos. Sabendo que a velocidade do som é de 340 m/s, os valores que melhor expressam as frequências em hertz de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ , respectivamente, são

a) 392, 408 e 16    b) 396, 404 e 8    c) 398, 402 e 4  
d) 402, 398 e 4    e) 404, 396 e 4

**Resolução**

No efeito Doppler-Fizeau usamos a expressão:

$$\frac{f_o}{V \pm V_o} = \frac{f_F}{V \pm V_F}$$

onde:

$f_o$  = frequência aparente das ondas sonoras que alcançam o observador.

$f_F$  = frequência do som emitido pela fonte = 400 Hz

$V$  = velocidade do som no meio = 340 m/s

$V_o$  = velocidade do observador = zero

$V_F$  = velocidade da fonte sonora = 1,7 m/s

O sentido positivo das velocidades deve coincidir com o sentido observador  $\rightarrow$  fonte sonora.

Assim, façamos o cálculo de  $f_1$  (a fonte se afasta do observador):

$$\frac{f_1}{340 + 0} = \frac{400}{340 + 1,7}$$

$$f_1 = 398 \text{ Hz}$$

Cálculo de  $f_2$  (o som refletido na parede tem frequência aparente igual à situação de aproximação da fonte com o observador):

$$\frac{f_2}{340 + 0} = \frac{400}{340 - 1,7}$$

$$f_2 = 402 \text{ Hz}$$

A frequência dos batimentos é dada por:

$$f_3 = f_1 - f_2 = 402 - 398 \text{ (Hz)}$$

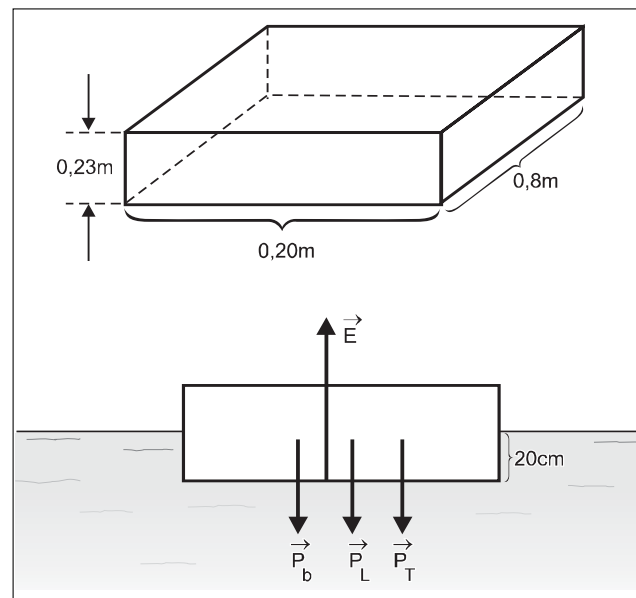
$$f_3 = 4 \text{ Hz}$$

**13 d**

Um pequeno barco de massa igual a 60 kg tem o formato de uma caixa de base retangular cujo comprimento é 2,0 m e a largura 0,80 m. A profundidade do barco é de 0,23 m. Posto para flutuar em uma lagoa,

com um tripulante de 1078 N e um lastro, observa-se o nível da água a 20 cm acima do fundo do barco. O valor que melhor representa a massa do lastro em kg é

- a) 260    b) 210    c) 198    d) 150  
e) Indeterminado, pois o barco afundaria com o peso deste tripulante.

**Resolução**

Para o equilíbrio do barco temos:

$$E = P_b + P_L + P_T$$

$$\mu_a V_i g = m_b g + P_T + m_L g$$

$$1,0 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 9,8 = 60 \cdot 9,8 + 1078 + m_L \cdot 9,8$$

$$3136 = 588 + 1078 + 9,8 m_L$$

$$1470 = 9,8 m_L$$

$$m_L = 150 \text{ kg}$$

**14 c**

Uma partícula descreve um movimento cujas coordenadas são dadas pelas seguintes equações:

$X(t) = X_0 \cos(\omega t)$  e  $Y(t) = Y_0 \sin(\omega t + \pi/6)$ , em que  $\omega$ ,  $X_0$  e  $Y_0$  são constantes positivas. A trajetória da partícula é

- a) Uma circunferência percorrida no sentido anti-horário.  
b) Uma circunferência percorrida no sentido horário.  
c) Uma elipse percorrida no sentido anti-horário.  
d) Uma elipse percorrida no sentido horário.  
e) Um segmento de reta.

**Resolução**

Sejam:  $x = x_0 \cos \omega t$

$$y = y_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \omega t \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos \omega t \cdot \sin \frac{\pi}{6}$$

Substituindo-se  $\cos \omega t = \frac{x}{x_0}$  vem:

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \omega t \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \frac{x}{x_0} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{y}{y_0}$$

$$\sin \omega t \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{y}{y_0} - \frac{x}{x_0} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} \left[ \frac{y}{y_0} - \frac{x}{x_0} \sin \frac{\pi}{6} \right]$$

Fazendo-se  $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$  vem:

$$\frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{6}} \left[ \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{2xy}{x_0 y_0} \sin \frac{\pi}{6} + \frac{x^2}{x_0^2} \sin^2 \frac{\pi}{6} \right] + \frac{x^2}{x_0^2} = 1$$

$$\frac{4}{3} \left[ \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{xy}{x_0 y_0} + \frac{1}{4} \frac{x^2}{x_0^2} \right] + \frac{x^2}{x_0^2} = 1$$

$$\frac{4}{3} \left[ \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{xy}{x_0 y_0} \right] + \frac{1}{3} \frac{x^2}{x_0^2} + \frac{x^2}{x_0^2} = 1$$

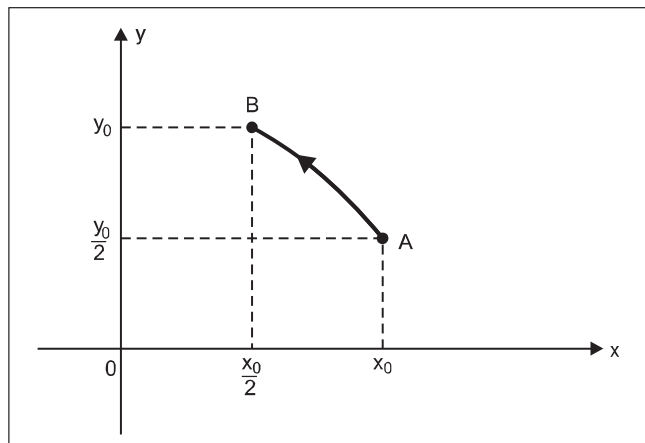
$$\frac{4}{3} \left[ \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{xy}{x_0 y_0} \right] + \frac{4}{3} \frac{x^2}{x_0^2} = 1$$

$$\boxed{\frac{y^2}{y_0^2} + \frac{x^2}{x_0^2} - \frac{xy}{x_0 y_0} = \frac{3}{4}}$$

Esta equação representa uma elipse.

No instante  $t = 0$  temos  $x = x_0$  e  $y = \frac{y_0}{2}$

No instante posterior  $t = \frac{\pi}{3\omega}$  temos  $x = \frac{x_0}{2}$  e  $y = y_0$



O arco de elipse AB está sendo percorrido no sentido anti-horário.

## 15 a

Considere as seguintes afirmações:

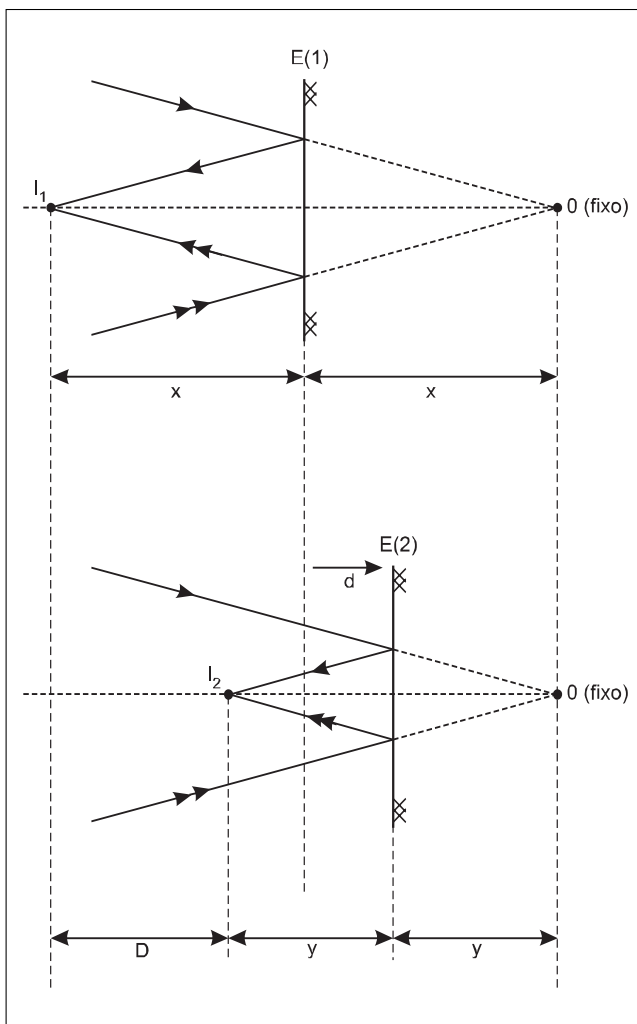
- I. Se um espelho plano transladar de uma distância  $d$  ao longo da direção perpendicular a seu plano, a imagem real de um objeto fixo transladará de  $2d$ .
- II. Se um espelho plano girar de um ângulo  $\alpha$  em torno de um eixo fixo perpendicular à direção de incidência da luz, o raio refletido girará de um ângulo  $2\alpha$ .
- III. Para que uma pessoa de altura  $h$  possa observar seu corpo inteiro em um espelho plano, a altura deste deve ser de no mínimo  $2h/3$ .

Então, podemos dizer que

- a) apenas I e II são verdadeiras.
- b) apenas I e III são verdadeiras.
- c) apenas II e III são verdadeiras.
- d) todas são verdadeiras.
- e) todas são falsas.

### Resolução

- I. Correta: cumpre ressaltar que para a imagem ser real é preciso que o objeto fixo seja virtual obtido com um sistema óptico auxiliar.





Nos espelhos planos, a imagem e o objeto são simétricos à superfície refletora. Assim, quando o espelho plano translada-se da posição 1 para a posição 2, deslocando-se de uma distância  $d$ , a imagem translada-se de uma distância  $D$ .

Da figura, temos:

$$2x = 2y + D$$

Como  $x = y + d$  vem:

$$2(y + d) = 2y + D$$

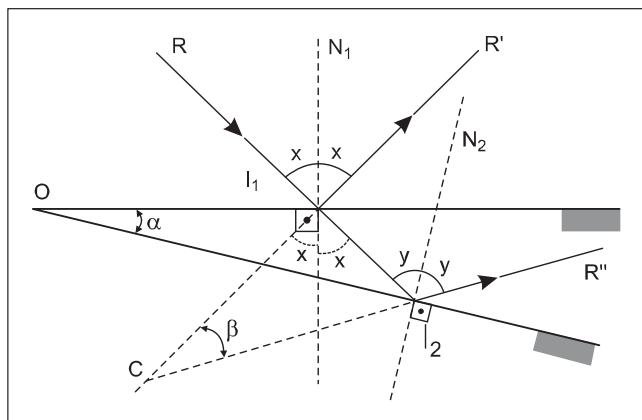
$$D = 2d$$

$$d = \frac{h}{2}$$

Portanto, para que a pessoa possa observar-se de corpo inteiro no espelho plano, este deve ter, no mínimo, **metade da altura da pessoa**.

Observação: Para que a proposição II seja correta o espelho plano deve girar em torno de um eixo fixo perpendicular ao plano de incidência da luz (e não à direção de incidência da luz). Contudo se, por essa imprecisão de linguagem, considerarmos a proposição como incorreta a questão não teria alternativa para resposta (apenas I correta).

II. Correta.



1) Do triângulo  $Ol_1l_2$ , vem:  $\alpha + (90^\circ + x) + (90^\circ - y) = 180^\circ$

$$\alpha = (y - x) \quad (I)$$

2) Do triângulo  $Cl_1l_2$ , vem:  $\beta + 2x = 2y$

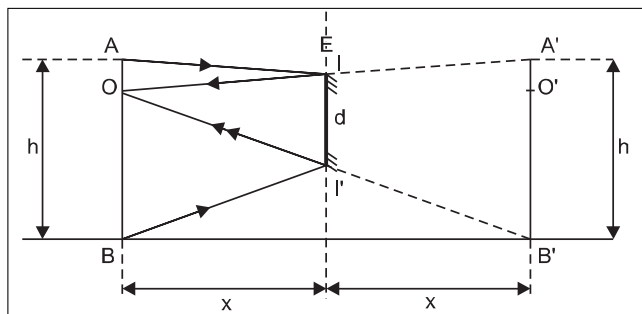
$$\beta = 2(y - x) \quad (II)$$

3) Substituindo-se (I) em (II), temos:

$$\beta = 2(y - x)$$

$$\beta = 2\alpha$$

III. Falsa: a altura mínima do espelho deverá ser  $\frac{h}{2}$



Da semelhança entre os triângulos  $OII'$  e  $OA'B'$ , vem:

$$\frac{h}{d} = \frac{2x}{x}$$

## 16 c

Um objeto linear de altura  $h$  está assentado perpendicularmente no eixo principal de um espelho esférico, a 15 cm de seu vértice. A imagem produzida é direita e tem altura de  $h/5$ . Este espelho é

- a) côncavo, de raio 15 cm. b) côncavo, de raio 7,5 cm. c) convexo, de raio 7,5 cm d) convexo, de raio 15 cm. e) convexo, de raio 10 cm.

### Resolução

Como a imagem é direita, então ela tem natureza oposta à do objeto.

Portanto a imagem é virtual e menor que o objeto e assim o espelho é convexo.

A equação do aumento linear transversal fornece:

$$A = \frac{f}{f - p}$$

$$\frac{h/5}{h} = \frac{f}{f - 15}$$

$$f = -\frac{15}{4} \text{ cm. (abscissa focal do espelho).}$$

Para o raio de curvatura temos:

$$R = |2f|$$

$$R = 7,5 \text{ cm}$$

## 17 e

Uma partícula está submetida a uma força com as seguintes características: seu módulo é proporcional ao módulo da velocidade da partícula e atua numa direção perpendicular àquela do vetor velocidade. Nestas condições, a energia cinética da partícula deve

- a) crescer linearmente com o tempo. b) crescer quadraticamente com o tempo. c) diminuir linearmente com o tempo.

- d) diminuir quadraticamente com o tempo.  
e) permanecer inalterada.

### Resolução

Admitindo-se que a força citada seja a força resultante e sendo sempre perpendicular ao vetor velocidade ela será exclusivamente centrípeta e não pode alterar o módulo do vetor velocidade.

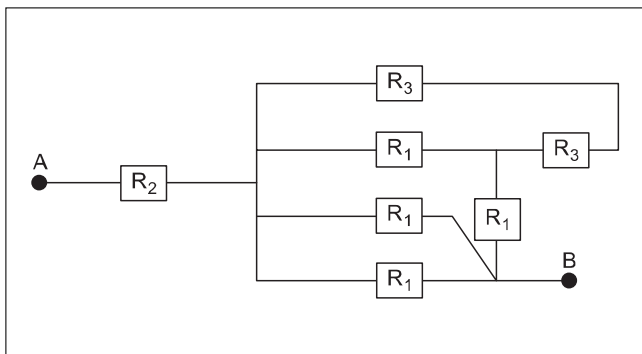
O movimento da partícula será uniforme e sua energia cinética vai permanecer constante.

### 18 a

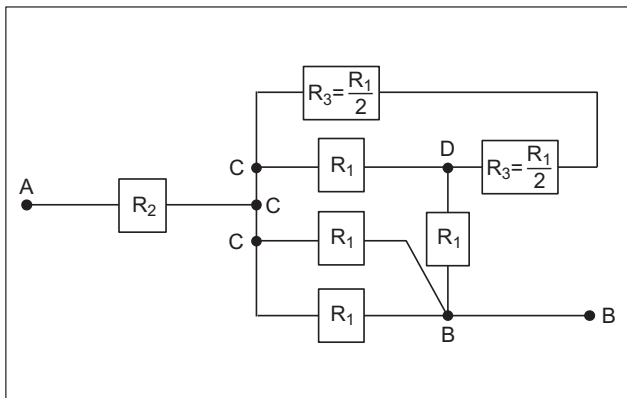
No circuito elétrico da figura, os vários elementos têm resistências  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  conforme indicado.

Sabendo que  $R_3 = R_1/2$ , para que a resistência equivalente entre os pontos A e B da associação da figura seja igual a  $2R_2$  a razão  $r = R_2/R_1$  deve ser

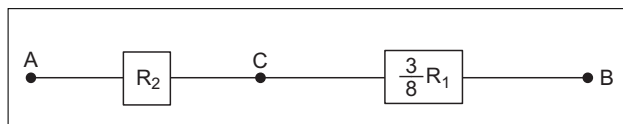
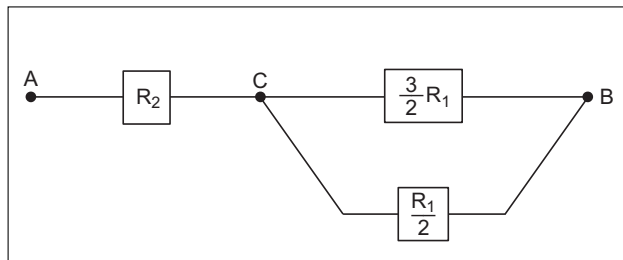
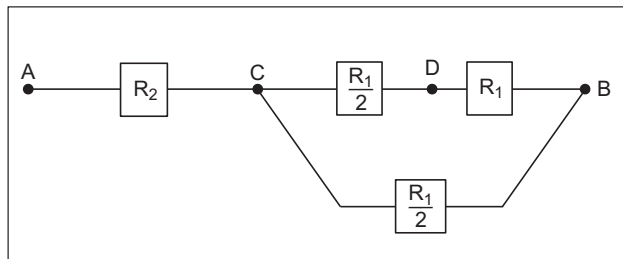
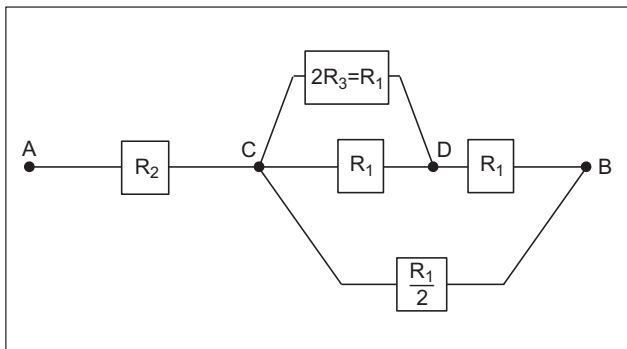
- a)  $3/8$    b)  $8/3$    c)  $5/8$    d)  $8/5$    e) 1



### Resolução



Redesenhando o circuito, vem:



Para que  $R_{eq_{A,B}} = 2R_2$ , temos que:

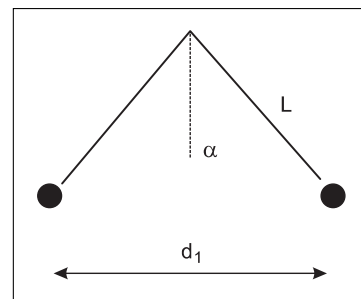
$$R_2 = \frac{3}{8} R_1 \therefore \frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{8}$$

### 19 c

Duas partículas têm massas iguais a  $m$  e cargas iguais a  $Q$ . Devido a sua interação eletrostática, elas sofrem uma força  $F$  quando estão separadas de uma distância  $d$ . Em seguida, estas partículas são penduradas, a partir de um mesmo ponto, por fios de comprimento  $L$  e ficam equilibradas quando a distância entre elas é  $d_1$ .

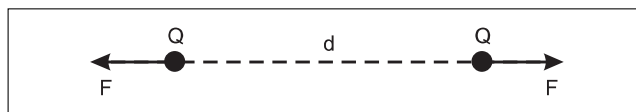
A cotangente do ângulo  $\alpha$  que cada fio forma com a vertical, em função de  $m$ ,  $g$ ,  $d$ ,  $d_1$ ,  $F$  e  $L$ , é

- a)  $m g d_1 / (F d)$   
b)  $m g L d_1 / (F d^2)$   
c)  $m g d_1^2 / (F d^2)$   
d)  $m g d^2 / (F d_1^2)$   
e)  $(F d^2) / (m g d_1^2)$



### Resolução

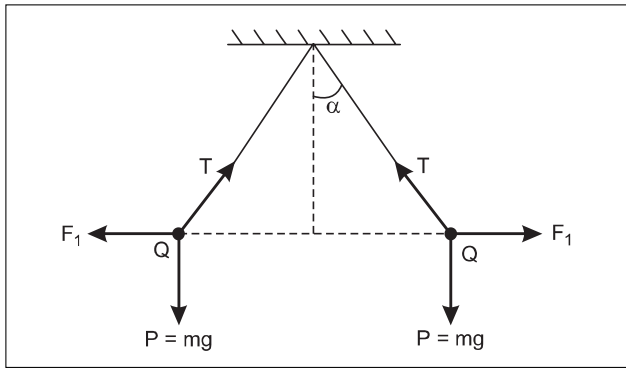
Inicialmente, temos:



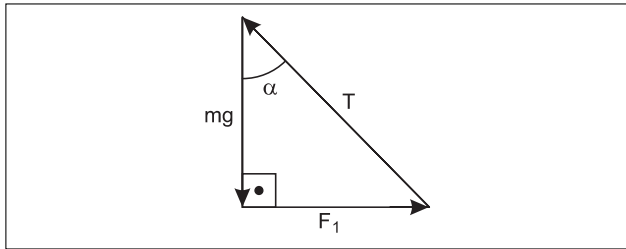
Pela Lei de Coulomb:

$$F = K \cdot \frac{Q \cdot Q}{d^2} \Rightarrow KQ^2 = F \cdot d^2 \quad (1)$$

Considerando, agora, as partículas suspensas:



Estando as partículas em equilíbrio a linha poligonal das forças é fechada:



Do triângulo obtido, temos:

$$\cotg \alpha = \frac{mg}{F_1} \quad (2)$$

Da Lei de Coulomb, resulta:

$$F_1 = K \cdot \frac{Q \cdot Q}{d_1^2}$$

Levando em conta (1), temos:

$$F_1 = \frac{Fd^2}{d_1^2}$$

Substituindo-se em (2)

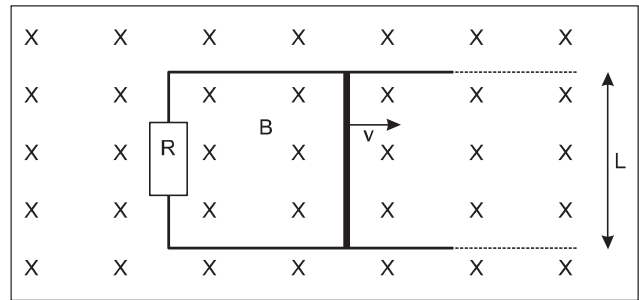
$$\cotg \alpha = \frac{mg}{F \cdot \frac{d^2}{d_1^2}}$$

$$\cotg \alpha = \frac{mgd_1^2}{Fd^2}$$

## 20 d

Uma barra metálica de comprimento  $L = 50,0$  cm faz contato com um circuito, fechando-o. A área do circuito perpendicular ao campo de indução magnética uniforme  $\mathbf{B}$ . A resistência do circuito é  $R = 3,00 \, \Omega$ , sendo de  $3,75 \cdot 10^{-3}$  N a intensidade da força constante aplicada à barra, para mantê-la em movimento uniforme com velocidade  $v = 2,00$  m/s. Nessas condições, o módulo de  $B$  é:

- a)  $0,300$  T      b)  $0,225$  T      c)  $0,200$  T  
d)  $0,150$  T      e)  $0,100$  T



### Resolução

O movimento da barra metálica irá provocar uma variação do fluxo magnético que produzirá nas extremidades da barra uma força eletromotriz induzida ( $E$ ) dada por:

$$E = B L V (I)$$

A corrente elétrica que irá percorrer o circuito, utilizando-se a Lei de Pouillet, será:

$$i = \frac{E}{R} (II)$$

De I e II

$$i = \frac{B L V}{R}$$

A intensidade da força constante aplicada à barra deve ser igual a intensidade da força magnética atuante e esta será dada por:

$$F_{mag} = B i L \sen \theta$$

onde  $\theta = 90^\circ$  (ângulo formado entre  $\vec{B}$  e  $i$ )

Assim:

$$F_{mag} = B i L$$

$$F_{mag} = \frac{B (B L V) L}{R}$$

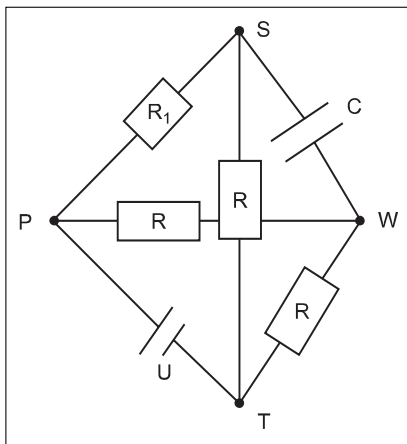
$$F_{mag} = \frac{B^2 L^2 V}{R}$$

$$B = \sqrt{\frac{F_{mag} \cdot R}{L^2 V}}$$

$$B = \sqrt{\frac{3,75 \cdot 10^{-3} \cdot 3,00}{(0,500)^2 \cdot 2,00}} \quad (T)$$

$$B = 0,150 \, T$$

**21 b**



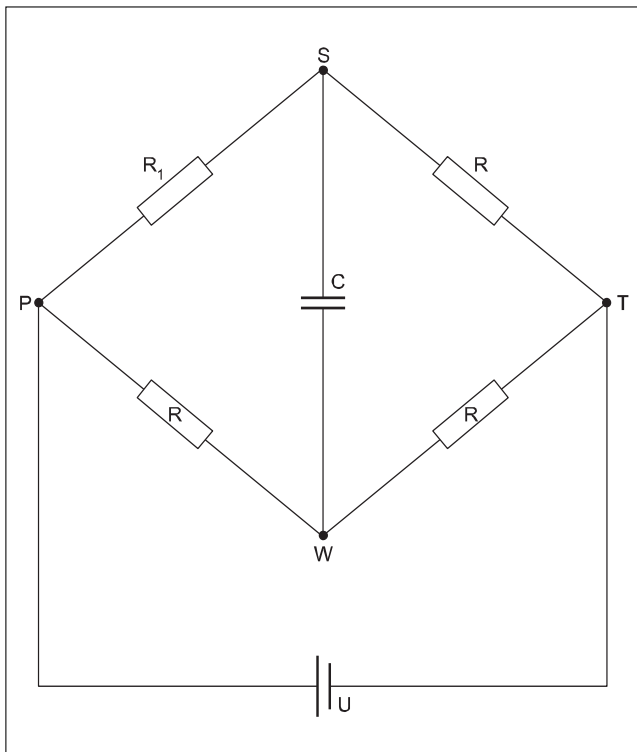
Considere o circuito da figura, assentado nas arestas de um tetraedro, construído com 3 resistores resistência  $R$ , um resistor de resistência  $R_1$ , uma bateria de tensão  $U$  e um capacitor de capacitância  $C$ . O ponto  $S$  está fora do plano definido pelos pontos  $P$ ,  $W$  e  $T$ .

Supondo que o circuito esteja em regime estacionário, pode afirmar que

- a) a carga elétrica no capacitor é de  $2,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ , se  $R_1 = 3 R$
- b) a carga elétrica no capacitor é nula, se  $R_1 = R$ .
- c) a tensão entre os pontos  $W$  e  $S$  é de  $2,0 \text{ V}$ , se  $R_1 = 3 R$ .
- d) a tensão entre os pontos  $W$  e  $S$  é de  $16 \text{ V}$ , se  $R_1 = 3 R$ .
- e) nenhuma das respostas acima é correta.

**Resolução**

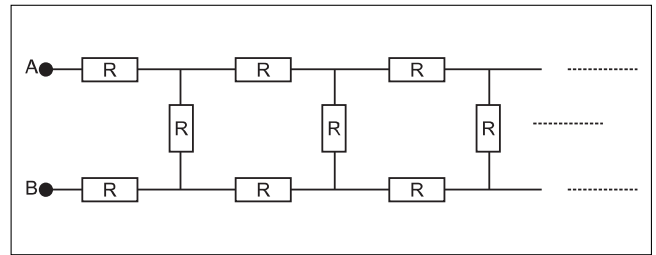
Redesenhando o circuito, temos:



Se  $R_1 = R$ , temos uma ponte de Wheatstone em equilíbrio e a tensão nos terminais do capacitor é nula e sua carga elétrica também será nula.

**22 e**

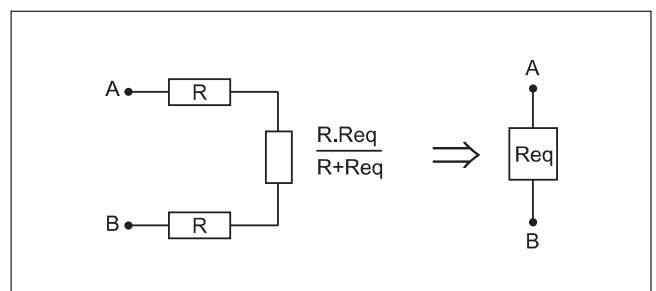
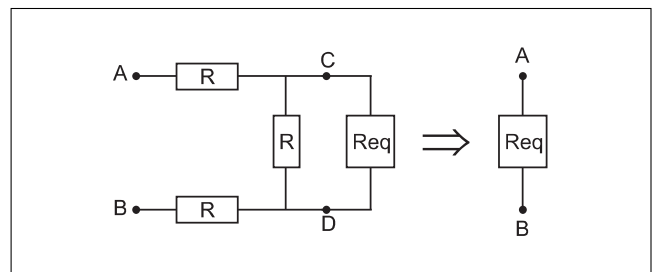
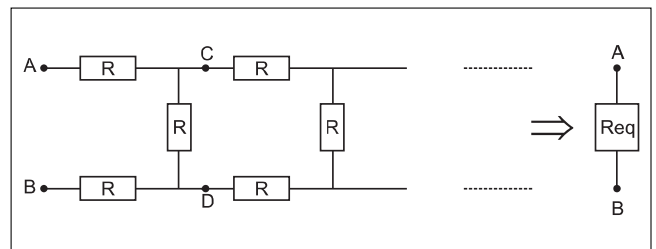
Um circuito elétrico é constituído por um número infinito de resistores idênticos, conforme a figura. A resistência de cada elemento é igual a  $R$ . A resistência equivalente entre os pontos  $A$  e  $B$  é



- a) infinita
- b)  $R((\sqrt{3} - 1))$
- c)  $R\sqrt{3}$
- d)  $R\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
- e)  $R(1 + \sqrt{3})$

**Resolução**

Como o circuito é constituído por um número infinito de resistores idênticos, concluímos que a resistência equivalente do circuito entre os extremos  $A$  e  $B$  é igual à resistência equivalente, considerando os extremos  $C$  e  $D$ . Assim temos:



$$2R + \frac{R \cdot R_{eq}}{R + R_{eq}} = R_{eq}$$

$$2R^2 + 2R R_{eq} + R \cdot R_{eq} = R \cdot R_{eq} + R_{eq}^2$$

$$R_{eq}^2 - 2R \cdot R_{eq} - 2R^2 = 0$$

$$R_{eq} = \frac{2R \pm \sqrt{4R^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2R^2)}}{2}$$

$$R_{eq} = \frac{2R \pm \sqrt{12R^2}}{2}$$

$$R_{eq} = \frac{2R \pm 2R\sqrt{3}}{2}$$

$$R_{eq} = R \pm R\sqrt{3}$$

$$R_{eq} = R(1 + \sqrt{3})$$

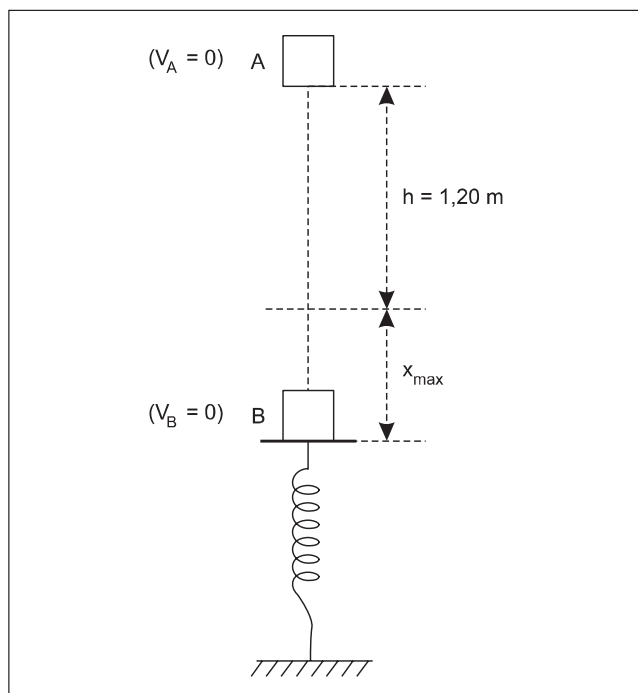
A outra solução levaria a  $R_{eq} < 0$ .

### 23 e

Um bloco com massa de 0,20 kg, inicialmente em repouso, é derrubado de uma altura de  $h = 1,20$  m sobre uma mola cuja constante de força é  $k = 19,6$  N/m. Desprezando a massa da mola, a distância máxima que a mola será comprimida é

- a) 0,24 m      b) 0,32 m      c) 0,48 m  
d) 0,54 m      e) 0,60 m

#### Resolução



Desprezando-se o efeito do ar e a perda de energia mecânica na colisão entre o bloco e mola temos:

$$E_B = E_A$$

(referência em B)

$$\frac{k x_{max}^2}{2} = m g (h + x_{max})$$

$$\frac{19,6}{2} x_{max}^2 = 0,20 \cdot 9,8 (1,20 + x_{max})$$

$$x_{max}^2 = 0,24 + 0,20 x_{max}$$

$$x_{max}^2 - 0,20 x_{max} - 0,24 = 0$$

$$x_{max} = \frac{0,20 \pm \sqrt{0,04 + 0,96}}{2} \text{ (m)}$$

$$x_{max} = \frac{0,20 \pm 1,0}{2} \text{ (m)}$$

Desprezando-se a raiz negativa vem:

$$x_{max} = 0,60 \text{ m}$$

### 24 d

Um centímetro cúbico de água passa a ocupar  $1671 \text{ cm}^3$  quando evaporado à pressão de  $1,0 \text{ atm}$ . O calor de vaporização a essa pressão é de  $539 \text{ cal/g}$ . O valor que mais se aproxima do aumento de energia interna da água é

- a) 498 cal      b) 2082 cal      c) 498 J  
d) 2082 J      e) 2424 J

#### Resolução

1) O trabalho realizado na evaporação é dado por:

$$\tau = p\Delta V$$

$$\tau = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 1670 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$\tau = 169,17 \text{ J} \approx 40,47 \text{ cal}$$

2) O calor fornecido é dado por:

$$Q = 539 \text{ cal} = 2253,02 \text{ J}$$

3) Usando a unidade caloria temos:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$539 = 40,47 + \Delta U$$

$$\Delta U = 498,53 \text{ cal}$$

Em relação à opção A o erro cometido na aproximação para 498 cal é dado por:

$$E_1 = \frac{498,53 - 498}{498,53} = 0,00106 \text{ ou } 0,106\%$$

4) Usando a unidade joule temos:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$2253,02 = 169,17 + \Delta U$$

$$\Delta U = 2083,85 \text{ J}$$

Em relação à opção D o erro cometido na aproximação para 2082 J é dado por:

$$E_2 = \frac{2083,85 - 2082}{2083,85} = 0,000888 \text{ ou } 0,089\%$$

Como  $E_2 < E_1$  optamos pela alternativa D

## 25 b

Um elevador está descendo com velocidade constante. Durante este movimento, uma lâmpada, que o iluminava, desprende-se do teto e cai. Sabendo que o teto está a 3,0 m de altura acima do piso do elevador, o tempo que a lâmpada demora para atingir o piso é

- a) 0,61 s      b) 0,78 s      c) 1,54 s
- d) infinito, pois a lâmpada só atingirá o piso se o elevador sofrer uma desaceleração.
- e) indeterminado, pois não se conhece a velocidade do elevador.

### Resolução

Se o elevador desce com velocidade constante (MRU), a gravidade aparente no interior do elevador é igual à gravidade real ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ).

$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$3,0 = 0 + \frac{9,8}{2} t_Q^2$$

$$t_Q^2 = 0,61$$

$$t_Q \approx 0,78 \text{ s}$$

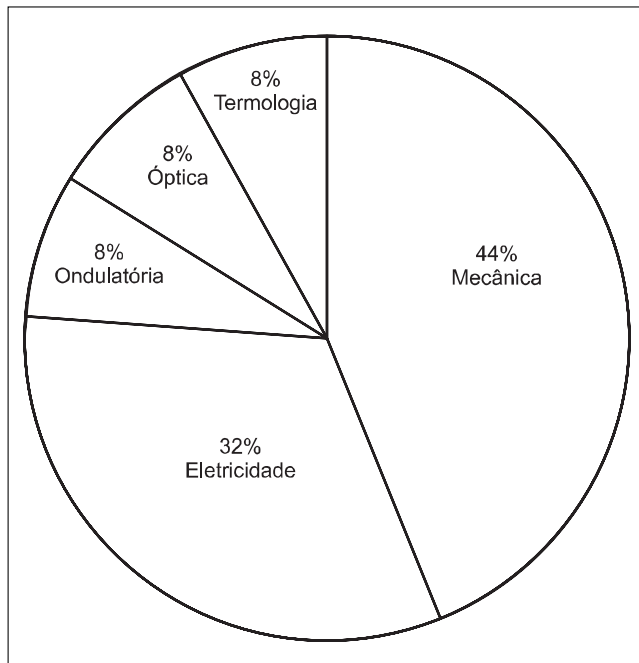
## Comentário de Física

Como era esperado, a prova de Física do vestibular do ITA 2001 exigiu do candidato conhecimentos profundos, além de cálculos longos que envolveram operações aritméticas enfadonhas.

Foi uma prova difícil, com formulações inéditas, mas nem sempre precisas, como no caso das questões 8 e 15.

Houve predominância de Mecânica (44% do total), não sendo esquecidos, porém, temas como Termologia, Óptica, Ondas e Eletricidade.

Embora trabalhoso e conceitual, o exame selecionará os melhores candidatos, isto é, aqueles dotados de maior conhecimento na matéria, boa capacidade de inteligência e abstração.



# INGLÊS

## THE LAND OF HAPPY

Have you been to The Land of Happy,  
Where everyone is happy all day,  
Where they joke and they sing  
Of the happiest things,  
And everything's jolly and gay?  
There's no one unhappy in Happy,  
There's laughter and smiles galore.  
I have been to The Land of Happy –  
What a bore!



**Where the Sidewalk Ends**  
Shel Silverstein New York: Harper Collins, 1974 p.143

A questão 1 refere-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- *The Land of Happy* = A Terra da Felicidade
- *everyone* = todo mundo, todos.
- *to joke* = brincar, contar piadas
- *to sing* = cantar
- *jolly (gay)* = alegre
- *unhappy* = infeliz
- *laughter* = risada
- *smiles* = sorrisos
- *galore* = em abundância
- *What a bore!* = Que chateação!

**1 a**

Assinale a alternativa que NÃO corresponde a afirmações do texto.

- a) Não há risos, mas há sorrisos na Terra da Felicidade.
- b) Não há ninguém infeliz na Terra da Felicidade.
- c) Todos contam piadas e cantam na Terra da Felicidade.
- d) A Terra da Felicidade é muito chata.
- e) Na Terra da Felicidade todo mundo é feliz o dia todo.

As questões 2 a 4 referem-se ao texto abaixo:

## SINGAPORE

In the 1950s a bilingual educational system was introduced in Singapore, with English used as a unifying and utilitarian medium alongside Chinese, Malay, or Tamil. However, English remained the language of government and the legal system, and retained its importance in education and the media. Its use has also been steadily increasing among the general population. In a 1975 survey, only 27 per cent of people over age 40 claimed to understand English, whereas among 15 – 20-year-olds, the proportion was over 87 per cent. There is also evidence of quite widespread use in family settings. In such an environment, therefore, it is not surprising that a local variety ('Singaporean English') should have begun to emerge.

## MALAYSIA

The situation is very different in Malaysia where, following independence (1957), Bahasa Malaysia was adopted as the national language, and the role of English accordingly became more restricted. Malay-medium education was introduced, with English as an obligatory subject but increasingly being seen as a value for international rather than intranational purposes – more a foreign language than a second language. The traditional prestige attached to English still exists, for many speakers, but the general sociolinguistic situation is not one which motivates the continuing emergence of a permanent variety of 'Malaysian English'.

### The Cambridge Encyclopedia of the English Language

David Crystal – CUP, 1995

As questões 2 a 4 referem-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- *in the 1950s* = nos anos 50
- *unifying* = unificador
- *medium* = meio
- *alongside* = juntamente
- *to remain* = permanecer
- *to retain* = reter
- *steadily* = continuamente
- *to increase* = aumentar
- *among* = entre
- *survey* = pesquisa
- *over age 40* = acima dos 40 anos de idade
- *to claim* = alegar
- *whereas* = enquanto
- *quite* = bastante
- *widespread* = difundido
- *settings* = ambientes
- *such* = tal
- *environment* = ambiente
- *therefore* = portanto
- *following independence* = após a independência
- *role* = papel, função
- *accordingly* = conseqüentemente
- *to become* = tornar-se
- *subject* = matéria, assunto
- *increasingly* = gradativamente
- *value* = valor
- *rather than* = em vez de
- *purposes* = finalidades, propósitos
- *foreign language* = língua estrangeira
- *to attach to* = ligar a
- *still* = ainda



## 2 e

Sinônimos para *therefore* (texto sobre Singapura) e para *rather than* (texto sobre Malásia) são, respectivamente:

- a) however – more than
- b) altogether – before
- c) thus – despite
- d) as a consequence – and
- e) consequently – instead of

### Resolução

- *therefore* = *portanto* = *consequently*
- *rather than* = *em vez de* = *instead of*

## 3 d

Considere as seguintes afirmações sobre Singapura e Malásia.

- I. SINGAPURA: A língua inglesa passou a ter um papel unificador e utilitário nos anos 50.  
MALÁSIA: O papel da língua inglesa tornou-se mais restrito após 1957.
- II. SINGAPURA: Mais de 87% da população jovem era capaz de compreender a língua inglesa em 1975.  
MALÁSIA: Apesar de ser matéria obrigatória nas escolas, o inglês passou a ser visto cada vez mais como língua estrangeira após 1957.
- III. SINGAPURA: Parece haver amplo uso do inglês em contextos familiares.  
MALÁSIA: Não parece haver motivo para a emergência de um “inglês malaio”.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a I.      b) apenas a III.      c) apenas a II e III.
- d) todas.      e) nenhuma.

## 4 b

Da leitura dos dois textos, depreende-se que:

- a) em situações educacionais bilíngües, a tendência é a língua materna prevalecer sempre.
- b) o inglês como segunda língua não evolui, necessariamente, para uma variedade de inglês mista com a língua local.
- c) em contextos bilíngües, o prestígio do inglês sempre se sobressai em detrimento do prestígio da língua materna.
- d) o inglês passa a ser falado cada vez menos por adolescentes em situações bilíngües.
- e) em contextos bilíngües, as duas línguas geralmente mantêm o mesmo valor durante a maior parte do tempo.

### As questões 5 a 7 referem-se ao texto abaixo:

In April we asked our readers: is there humor in the workplace? Perhaps engineering is too serious to be funny – or is it? Here is one response:

## ENGINEER IN HELL

To the editor:

An engineer dies and reports to the pearly gates. St. Peter checks his dossier and says, “Ah, you’re an engineer – you’re in the wrong place.”

So the engineer reports to the gates of hell and is let in. Pretty soon, the engineer gets dissatisfied with the level of comfort in hell, and starts designing and building improvements. After a while, they’ve got air conditioning and flush toilets and escalators, and the engineer is a pretty popular guy.

One day St. Peter calls Satan up on the telephone and says with a sneer, “So, how’s it going down there in hell?”

Satan replies, “Hey, things are going great! We’ve got air conditioning and flush toilets and escalators, and there’s no telling what this engineer is going to come up with next.”

St. Peter replies, “What? You’ve got an engineer? That’s a mistake – he should never have gotten down there; send him up here.” Satan says, “No way. I like having an engineer on the staff, and I’m keeping him.” St Peter says, “Send him back up here or I’ll sue.”

Satan laughs uproariously and answers, “Yeah, right. And just where are YOU going to get a lawyer?”

H. D.

Mt Vernon, Iowa, USA

The Institute June, 1997

(adapted)

As questões 5 a 7 referem-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- *hell* = inferno
- *engineer* = engenheiro
- *to die* = morrer
- *to report* = relatar
- *pearly gates* = portais do paraíso
- *to check* = verificar
- *to say* = dizer
- *the wrong place* = o lugar errado
- *to let in* = permitir a entrada
- *pretty soon* = logo em seguida
- *level* = nível
- *to start* = começar
- *to design* = projetar
- *to build* = construir
- *improvements* = melhorias, benfeitorias
- *after a while* = depois de um certo tempo
- *flush* = descarga
- *escalators* = escadas rolantes
- *pretty popular* = bastante popular
- *guy* = sujeito, “cara”
- *to call up* = telefonar
- *sneer* = sarcasmo
- *how’s it going* = como está indo



- *to reply* = responder
- *things are going great* = as coisas estão indo maravilhosamente bem
- *to come up with next* = inventar em seguida
- *mistake* = erro
- *should* = deveria
- *send him up here* = mande-o para cá
- *no way* = de jeito nenhum
- *staff* = equipe
- *to keep* = manter
- *to sue* = processar
- *to laugh* = rir
- *uproariously* = estrondosamente
- *to answer* = responder
- *right* = ok
- *lawyer* = advogado

## 5 b

Considere as afirmações abaixo:

- São Pedro telefonou ao Diabo para obter informações sobre o comportamento do engenheiro no inferno.
- O dia-a-dia no inferno tornou-se muito melhor após a chegada do engenheiro.
- São Pedro ameaçou mover uma ação judicial contra o Diabo caso ele desprezasse os serviços do engenheiro.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- apenas a I.
- apenas a II.
- apenas a III.
- apenas a I e III.
- apenas a II e III.

## 6 e

Ao afirmar “... *and there’s no telling what this engineer is going to come up with next.*”, o Diabo quer dizer que:

- já sabe do novo projeto do engenheiro mas não pretende contá-lo a São Pedro.
- o engenheiro não quer divulgar o seu próximo projeto.
- o engenheiro aguarda instruções para implementar outras benfeitorias no inferno.
- ninguém no inferno fala sobre os próximos projetos do engenheiro.
- mal pode esperar para ver a próxima benfeitoria que o engenheiro irá introduzir no inferno.

## 7 c

Quais frases, numeradas de I a IV, teriam o significado mais próximo a “*Send him back up here or I’ll sue*”, que se encontra no penúltimo parágrafo do texto?

- If you don’t send him back up here, I’ll sue.
- If you send him back up here, I’ll sue.
- Unless you send him back up here, I won’t sue.
- I will sue, unless you send him back up here.

- apenas a I e III.
- apenas a I, II e IV.
- apenas a I e IV.
- apenas a II e IV.
- apenas a III e IV.

As questões 8 a 10 referem-se ao texto abaixo, extraído do artigo “Dinosaur Docudrama Blends Fact, Fantasy”

## TV CRITIQUE

Amid the majestic sequoias of what could be a state park in Northern California, the silence is broken by a guttural bellow. An enormous beast plods across the television screen. She kicks out a shallow nest and begins to lay her eggs. Each white egg, the size of a soccer ball, slides gently down an ovipositor and comes to rest in the ground. (...)

It looks and sounds just like a wildlife documentary - so much so that, if you watch long enough, you almost forget that the animals it shows have been extinct for more than 65 million years. But this is *Walking With Dinosaurs*, a sometimes stunning dinoextravaganza that uses computer animation and detailed puppets to resurrect the creatures and place them in real landscapes. When the \$10 million program aired in the United Kingdom last fall, 17 million people - almost a third of the population - tuned in to the six weekly installments making it the BBC’s most watched science program ever and one of its top 20 programs of all time. It also stirred up a controversy.

Some researchers were unflinching in their praise: “This is going to stand out as one of the best dinosaur shows ever done and certainly the most novel one,” says Tom Hoitz, a vertebrate paleontologist at the University of Maryland, College Park, who consulted with the BBC on the project. But others cringed at the way it blurred fact and fiction. Most of the egg-laying sequence, for example, is screenwriter’s fantasy: There is no scientific evidence that the giant dinosaur *Diplodocus* had an ovipositor or abandoned its young. “Some of the arguments were just so far-fetched, so ridiculous,” says Norman MacLeod, an invertebrate paleontologist at the Natural History Museum in London. “[I] was embarrassed for the profession.” The British media debated whether docudrama was a suitable way to convey science to the public. Would TV viewers be stimulated, misled, or just confused? On 16 April millions more will get the chance to make up their own minds as the Discovery Channel airs a revised 3-hour version of the show in North and South America. (...)

## SCIENCE

VOL 288 7 April 2000

As questões 8 a 10 referem-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- *amid* = entre
- *the silence is broken* = o silêncio é rompido

- *bellow* = grito, berro
- *beast* = animal
- *to plod* = caminhar lenta e penosamente
- *screen* = tela
- *to kick out* = chutar longe, expulsar
- *shallow* = baixo, raso
- *nest* = ninho
- *to lay eggs* = botar ovos
- *size* = tamanho
- *soccer ball* = bola de futebol
- *to slide* = deslizar
- *to rest* = descansar
- *ground* = chão
- *to look* = parecer
- *to sound* = soar
- *wildlife* = selvagem
- *to watch* = assistir
- *long enough* = o tempo suficiente
- *almost* = quase
- *to forget* = esquecer
- *to show* = mostrar
- *stunning* = surpreendente
- *puppets* = marionetes, bonecos
- *to resurrect* = ressuscitar
- *to place* = colocar
- *landscapes* = paisagens
- *to air* = ir ao ar
- *fall* = outono
- *to tune in* = sintonizar
- *installments* = capítulos, episódios
- *of all time* = de todos os tempos
- *to stir up* = provocar, suscitar
- *researchers* = pesquisadores
- *to be unstinting* = ser esfuizante
- *praise* = elogio
- *to stand out* = destacar-se
- *novel* = atual
- *to cringe* = encolher-se
- *to blur* = confundir
- *screenwriter* = roteirista
- *young* = filhote
- *far-fetched* = artificial, forçado
- *embarrassed* = constrangido
- *whether* = se
- *suitable* = apropriado
- *way* = modo, maneira
- *to convey* = transmitir
- *TV viewers* = telespectadores
- *misled* = desorientados, enganados
- *to make up one's mind* = decidir-se

**8 b**

Considere as afirmações abaixo:

- I. O primeiro parágrafo do texto descreve uma cena do documentário "Caminhando com Dinossauros", em que um dinossauro prepara seu ninho e põe ovos.

- II. O documentário, dividido em seis episódios semanais, estreou na Inglaterra no outono de 1999.
- III. Em abril deste ano, o canal de televisão Discovery transmitiria para os Estados Unidos e para a América do Sul o documentário britânico na íntegra. Está(ão) condizente(s) com o texto:
  - a) apenas a I.
  - b) apenas as I e II.
  - c) apenas as II e III.
  - d) apenas as I e III.
  - e) todas.

**9 d**

É (São) apontado(s) como item (itens) polêmico(s) com relação ao documentário:

- I. Não há comprovação científica sobre a procriação de certo tipo de dinossauro.
- II. Realidade e ficção misturam-se indiscriminadamente no documentário.
- III. Documentários como este podem levar telespectadores a ter uma visão distorcida de alguns aspectos da ciência,
  - a) Apenas o I.
  - b) Apenas o II.
  - c) Apenas o III.
  - d) Todos.
  - e) Nenhum.

**10 a**

O termo "its", na penúltima linha do segundo parágrafo, refere-se:

- a) à BBC.
- b) à programação científica da BBC.
- c) aos vinte melhores programas já produzidos pela BBC.
- d) ao Reino Unido.
- e) ao documentário "Caminhando com Dinossauros".

A questão 11 refere-se ao quadro abaixo, também extraído do artigo "Dinosaur Docudrama Blends Fact, Fantasy".

### WALKING'S WINNERS AND LOSERS

- I. *Postosuchus*. Producers kept scene of the predator urinating – even though its closest relatives all excrete urea, not urine.
- II. *Diplodocus*. Herds look so heavy you can almost feel the ground shake. First time animated with frill on spine.
- III. *Cynodonts*. Squat mammal ancestors sport convincing fur and behaviors. Bonus points for calling them "mammal-like reptiles."
- IV. *Coatimundi*. Cameo by this modern American mammal is totally out of place; its ancestors were never in Antarctica or Australia.

V. *Pterosaurs*. They fly like aces, but it's the ground-walking that really wows. Insulating fuzz on wings is accurate.

VI. *Marine reptiles*. Cousteau would have loved graceful ichthyosaurs and plesiosaurs. Realistic birth scene.

A questão 11 refere-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- *even though* = mesmo que
- *closest* = o mais próximo
- *relatives* = parentes
- *herds* = manadas
- *heavy* = pesadas
- *to feel* = sentir
- *to shake* = tremer
- *squat* = de cócoras
- *mammal* = mamífero
- *fur* = pêlo
- *behaviors* = comportamentos, condutas
- *to sport* = ostentar
- *points* = pontos
- *to fly* = voar
- *aces* = ases (da aviação)

- *to wow* = fazer sucesso
- *fuzz* = barulho (de insetos)
- *wings* = asas
- *accurate* = preciso, exato
- *graceful* = gracioso
- *birth* = nascimento

## 11 b

O quadro faz menção a pontos fortes e a pontos fracos observados pela crítica no documentário *"Caminhando com Dinossauros"*, classificando-os de *"winners"* (os pontos fortes) e *"losers"* (os pontos fracos). Analise o quadro e aponte, pelo contexto da crítica, se cada um dos itens, numerados de I a VI, é um *"winner"* ou um *"loser"*.

	I	II	III	IV	V	VI
a)	loser	winner	winner	loser	winner	loser
b)	loser	winner	winner	loser	winner	winner
c)	loser	winner	loser	loser	winner	winner
d)	winner	loser	winner	winner	loser	winner
e)	winner	loser	winner	loser	winner	loser

As questões 12 e 13 referem-se ao *cartoon* abaixo:

**Calvin and Hobbes**

**Bill Watterson**

**Tapestry**  
R.L. Oxford & R.C. Scarcella (série)  
Heinle & Heinle - Boston, Massachusetts, 1994 p. 156

As questões 12 e 13 referem-se ao *"cartoon"* cujo vocabulário principal se segue:

- *glove* = luva
- *to sign up* = inscrever-se
- *to remind* = lembrar
- *lucky* = "sortudo"
- *to put up with* = suportar
- *nonsense* = bobagem
- *that's fine* = tudo bem
- *guy* = "cara"
- *to spend* = passar
- *to chase* = correr atrás, perseguir
- *wimp* = fracote
- *to have it easy* = é fácil
- *on the other hand* = por outro lado
- *pounds* = libras
- *underweight* = abaixo do peso
- *beer* = cerveja

## 12 a

Considere as afirmações abaixo:

- Os personagens estão discutindo pressões sociais sobre as crianças.
  - Para manter a forma física, meninos devem praticar esportes e fazer dieta.
  - Meninos praticam esportes para que, na vida adulta, possam beber cerveja à vontade.
- a) apenas a I.                      b) apenas a II.  
c) apenas a II e III.            d) todas.  
e) nenhuma.

## 13 b

Considere as afirmações abaixo:

- O menino acaba de assinar um documento pedindo a exclusão do beisebol como esporte obrigatório na escola.

- II. Segundo o garoto, as pessoas referem-se pejorativamente a meninos que não praticam esportes.
- III. Na opinião do garoto, a vida das meninas é mais tranqüila que a vida dos meninos na sociedade atual.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a II.                      b) apenas a II e III.  
c) apenas a I e III.                d) todas.  
e) nenhuma,

**As questões 14 e 15 referem-se ao texto abaixo:**

### Office Life

### Working Overtime is Good for You!

Are you hard-working, anxious, introverted and conscientious? If so, you're likely to be a victim of workplace bullying. Researchers at Hull University have come up with a personality test to recognize people at risk of being bullied. The study recommends that companies give potential victims assertiveness training and social support at work so that they can be spared feeling humiliated. A separate study at the University of Manchester has found that working overtime can be good for one's health. Managers who voluntarily stay an extra hour to catch up on work or organize themselves feel greater job satisfaction and have better mental health than those leaving on time. But if managers put in more than one hour a day extra or are forced to stay late, they are more likely to suffer anxiety.

**Speak Up** Ano XII I - 158 - July, 2000

As questões 14 e 15 referem-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- to work overtime = trabalhar horas extras
- hard-working = trabalhador
- to be likely to = ser provável que
- bullying = chacota
- assertiveness = positividade, eficiência
- support = apoio
- so that = de forma que
- to spare = poupar
- health = saúde
- managers = administradores
- to catch up on work = colocar o trabalho em dia
- job = trabalho
- on time = na hora
- to stay late = ficar até tarde
- to suffer = sofrer
- anxiety = ansiedade

## 14 a

A expressão "catch up on work" significa:

- a) colocar o trabalho em dia.  
b) finalizar um projeto.  
c) reorganizar um projeto.  
d) alcançar uma meta no trabalho.  
e) captar novos recursos para um projeto.

## 15 d

Qual das opções abaixo melhor descreve aspectos das pesquisas realizadas em cada uma das duas universidades mencionadas no texto?

	Hull University	University of Manchester
a)	O capricho excessivo é uma das características de vítimas potenciais de humilhação no trabalho.	O cumprimento do horário de trabalho proporciona melhor equilíbrio mental às pessoas.
b)	Pessoas calmas, porém que se posicionam firmemente, são menos ignoradas no local de trabalho.	A hora extra feita voluntariamente para ajudar colegas contribui para a saúde dos administradores.
c)	Vítimas de trabalho excessivo são também vítimas potenciais de problemas mentais.	Uma hora a mais de trabalho diário é muito saudável.
d)	Vítimas potenciais de provocações no trabalho devem receber treinamento de assertividade.	Administradores forçados a ficar no trabalho mais que uma hora além do expediente podem sofrer de ansiedade.
e)	Foi elaborado um teste de saúde mental e física para detectar os efeitos da hora extra no trabalho.	Gerentes que são obrigados a trabalhar muito todos os dias têm problemas de saúde.

A questão 16 refere-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- happiness = felicidade
- to catch one's eye = chamar a atenção
- to catch one's heart = tocar o coração
- to pursue = buscar
- to scatter = espalhar
- seeds = sementes
- heavenly = celestial
- good = bem
- to belong = pertencer

## 16 b

Assinale a opção correta em relação às frases abaixo, extraídas de um calendário americano.

- I. "A really great talent finds its happiness in execution." – Goethe.
- II. "There are many things in life that will catch your eye, but only a few will catch your heart.. pursue these." – unknown.

- III. "By cultivating the beautiful we scatter the seeds of heavenly flowers, as by doing good we cultivate those that belong to humanity." – V. Howard.
- a) Na sentença (I), "its" refere-se a "happiness".
- b) Na sentença (II), "these" refere-se a "things in life that will catch your heart."
- c) Na sentença (III), "those" refere-se a "flowers".
- d) Os termos "but" na sentença (II) e "as" na sentença (III), são conjunções que podem ser consideradas sinônimas no contexto em que se encontram.
- e) Os termos "beautiful" e "good", na sentença (III), exercem a função de adjetivos.

**As questões 17 a 21 referem-se ao texto abaixo.**

(...)

Ever since Dad had returned from his life at sea he had been interested in robots. Maybe that in itself wasn't so strange, but with Dad it didn't end there. He was convinced that one day science would be able to create artificial people. By this, he didn't just mean those dumb metal robots with red and green flashing lights and hollow voices. Oh no, Dad believed that science would one day be able to create real thinking human beings, like us. And there was more – he also believed that, fundamentally, human beings are artificial objects. (...)

"Just imagine if all this suddenly came alive, Hans Thomas," he said. "Imagine if these Lego figures suddenly began to toddle around among the plastic houses. What would we do then?" (...) "Basically, we ourselves are such Lego figures."

**The Solitaire Mystery** – J. Gaardner – p.8

As questões 17 a 21 referem-se ao texto cujo vocabulário principal se segue:

- *ever since* = desde
- *Dad* = pai
- *maybe* = talvez
- *in itself* = em si mesmo
- *to end* = terminar
- *able* = capaz
- *by this* = com isto
- *to mean* = querer dizer
- *dumb* = tolos
- *hollow* = oco, metalizado, vazio, irreal
- *voices* = vozes
- *to flash* = piscar (luz)
- *to believe* = acreditar
- *human beings* = seres humanos
- *like us* = como nós
- *suddenly* = de repente
- *to come alive* = tornar-se realidade
- *to toddle* = caminhar (rastejar) como criança

**17 e**

O trecho acima foi extraído de uma história:

- a) narrada pelo pai de Hans Thomas.
- b) narrada por Hans Thomas e seu pai.
- c) relatada a partir de outra história de Hans Thomas.
- d) narrada para Hans Thomas e seu pai.
- e) em que Hans Thomas é o narrador.

**18 a**

Assinale a alternativa que melhor corresponde ao texto acima:

- a) Para o pai de Hans Thomas, a ciência ainda criaria pessoas artificiais.
- b) Hans Thomas inventou robôs de metal com luzes brilhantes vermelhas e verdes.
- c) De acordo com Hans Thomas, os seres humanos são basicamente como bonecos de Lego.
- d) Hans Thomas e o pai acreditam na possível criação, pela ciência, de robôs pensantes, semelhantes a seres humanos.
- e) Os robôs de Hans Thomas tinham luzes brilhantes vermelhas e verdes e vozes profundas.

**19 a**

Assinale a alternativa que melhor expressa o significado da frase "Ever since Dad had returned from his life at sea he had been interested in robots."

- a) O pai de Hans Thomas começou a se interessar por robôs quando abandonou a vida de marinheiro.
- b) O pai de Hans Thomas começou a se interessar por robôs quando retornou à vida de marinheiro.
- c) O pai de Hans Thomas passou a se interessar por robôs depois que se salvou de um naufrágio.
- d) O pai de Hans Thomas sempre preferiu a vida ao mar, embora fosse aficionado por robôs.
- e) O pai de Hans Thomas sempre se interessou pela vida no mar e por robôs.

**20 c**

Assinale a forma pela qual as frases "Imagine if these figures suddenly began to toddle around among the plastic houses. What would we do then?" poderiam ser reescritas em uma única sentença:

- a) What happened when all of a sudden these figures began to toddle around among the plastic houses?
- b) What could we have done had all these figures suddenly begun to toddle around among those plastic houses?
- c) What would we do if all these figures suddenly began to toddle around among the plastic houses?
- d) What would we have done if all these figures had suddenly begun to toddle around among the plastic houses?
- e) What might have happened if all these figures had suddenly begun to toddle around among the plastic houses?



Para o pai de Thomas:

- a) a clonagem humana já era possível.
- b) seu interesse por robôs se apoiava em descobertas da ciência.
- c) objetos artificiais criados pela ciência assemelhavam-se a seres humanos.
- d) os avanços tecnológicos possibilitavam que bonecos de Lego se locomovessem e brincassem pela casa.
- e) os seres humanos eram, em sua essência, figuras vivas de Lego.

**As questões 22 a 25 referem-se ao texto abaixo, extraído da introdução de um livro.**

"Curiosity killed a cat." That cautionary cliché has passed through my mind several times in the last few years, once or twice even giving me pause. For it was curiosity that first tempted me to investigate computer graphics. Nothing in my training or professional background prepared me for something as foreign as a computer paint system. But it sounded intriguing, so I decided to see one firsthand. (...)

While touring the Computer Graphics Lab at the New York Institute of Technology in Old Westbury, New York – a research and development facility – I was invited to draw on a paint system. I picked up the stylus and drew a simple sketch of a horse. It was surprisingly easy and felt very natural – but it wasn't unforgettable. What happened next was that the demonstrator reached out to the keyboard and hit a couple of buttons; instantly my simple drawing became a brilliant kaleidoscopic chain of moving colors. It was as if my horse had suddenly come alive.

I was thrilled – and hooked. Since that time, in professional workshops at colleges, or with clients, I have seen my own initial reaction repeated in others, an experience akin to magic.

Now, six years later, wiser and more experienced, my enthusiasm is still intact, and I am more deeply involved than ever in this art form. Mastering this medium is, as with most complex techniques, an ongoing process, in which each new plateau reveals another height to be challenged. (...)

What is needed is an adventurous, risk-taking approach – a curiosity about the new, much of which lies, unknown and unseen, around a dozen corners. Yes, *curiosity* – that word again. Of course, today we don't take those old sayings seriously. Anyhow, there's another old adage about cats, reassuring us that after all "a cat has nine lives." Well, so do artists.

Don Bolognese  
Watson – Guptill Publications 1988. (adapted)  
p. 8/9

As questões 22 a 25 referem-se a texto cujo vocabulário principal se segue:

- *mind* = mente
- *several times* = diversas vezes
- *in the last few years* = nos últimos anos
- *once or twice* = uma ou duas vezes
- *even* = até mesmo
- *for* = porque
- *to tempt* = incitar
- *firsthand* = em primeira mão
- *while* = enquanto
- *to tour* = passar por
- *development* = desenvolvimento
- *facility* = instalações
- *to be invited to* = ser convidado a
- *to draw* = desenhar
- *to pick up* = aprender gradualmente
- *sketch* = esboço
- *unforgettable* = inesquecível
- *to happen* = acontecer
- *to reach out* = alcançar
- *keyboard* = teclado
- *to hit* = teclar
- *a couple of buttons* = algumas teclas
- *chain* = cadeia
- *to be thrilled* = ficar extasiado
- *to be hooked* = ficar viciado
- *colleges* = faculdades
- *own* = próprio
- *akin to* = semelhante a
- *wiser* = mais sábio
- *deeply* = profundamente
- *more than ever* = mais que nunca
- *to master* = dominar
- *ongoing* = contínuo
- *each* = cada
- *plateau* = passo, degrau
- *height* = altura
- *to challenge* = desafiar
- *risk-taking* = arriscado
- *approach* = abordagem
- *to lie* = estar
- *unknown* = desconhecido
- *unseen* = oculto
- *dozen* = dúzia
- *again* = novamente
- *of course* = é claro
- *old sayings* = velhos ditados
- *to take seriously* = levar a sério
- *anyhow* = de qualquer modo
- *adage* = ditado
- *to reassure* = reforçar, encorajar
- *after all* = afinal de contas
- *well* = bem

**22 c**

Com base nas informações contidas no texto, depreende-se que um possível título para o livro do qual a introdução acima foi extraída é:

- a) *An Introduction to the World of Computers.*
- b) *The Oxford Encyclopedia of Designs for Computer Books.*
- c) *Mastering the Computer for Design & Illustration.*
- d) *The NYIT Handbook of Computer Software.*
- e) *Learning how to Design & Illustrate Computer Books.*

**23 c**

Considere as afirmações abaixo:

- I. O provérbio sobre a curiosidade do gato remete à própria curiosidade do autor.
- II. O autor demonstra seu afeto por gatos ao utilizar os clichês no início e no final do texto.
- III. Em sua primeira experiência com computação gráfica, o autor fez o esboço de um cavalo.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a I e II.
- b) apenas a II e III.
- c) apenas a I e III.
- d) todas.
- e) nenhuma.

**24 e**

Considere as afirmações abaixo:

- I. O "*New York Institute of Technology*" oferece muitas facilidades para o desenvolvimento de pesquisas em computação gráfica.
- II. O autor sempre se interessou por computação gráfica.
- III. O autor sempre inicia "*workshops*" relatando seu primeiro contato com computação gráfica no "*New York Institute of Technology*".

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a I e II
- b) apenas a II e III
- c) apenas a I e III
- d) todas
- e) nenhuma

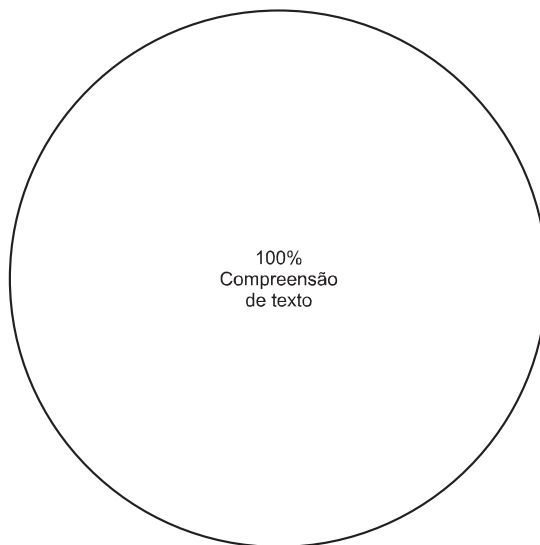
**25 e**

As expressões populares sobre gatos foram utilizadas no início e no final do texto para:

- a) chamar a atenção do leitor para as qualidades dos gatos e compará-las ao desenvolvimento de qualquer profissional.
- b) revelar o interesse do autor pelas características desses animais, usando-os como exemplo em sua carreira.
- c) levar o leitor a compreender a importância da criatividade no uso de programas de computação gráfica,
- d) exemplificar maneiras de desenvolver no computador possíveis formas de desenhar animais.
- e) ilustrar a curiosidade que impulsionou a carreira do autor e ressaltar a importância de novos desafios profissionais.

### COMENTÁRIO

*Prova brilhante, como sempre criativa e moderna, tanto na seleção de textos quanto na elaboração das questões. Sem dúvida, uma prova de alto nível, sob nosso ponto de vista, uma das mais bem formuladas entre todas que conhecemos.*



# PORTUGUÊS

## 26 c

Os versos abaixo são da letra da música *Cobra*, de Rita Lee e Roberto de Carvalho:

Não me cobre ser existente  
Cobra de mim que sou serpente

Com relação ao emprego do imperativo nos versos, podemos afirmar que

- a) a oposição imperativo negativo e imperativo afirmativo justifica a mudança do verbo cobre/cobra.
- b) a diferença de formas (cobre/cobra) não é registrada nas gramáticas normativas, portanto há inadequação na flexão do segundo verbo (cobra).
- c) a diferença de formas (cobre/cobra) deve-se ao deslocamento da 3ª para a 2ª pessoa do sujeito verbal.
- d) o sujeito verbal (3ª pessoa) mantém-se o mesmo, portanto o emprego está adequado.
- e) o primeiro verbo no imperativo negativo opõe-se ao segundo verbo que se encontra no presente do indicativo.

### Resolução

“Não me cobre” é imperativo negativo (formado com o presente do subjuntivo), 3.ª pessoa do singular; “cobra”, no contexto, é a 2.ª pessoa do singular do imperativo afirmativo (forma verbal que se obtém excluindo-se o -s da 2.ª pessoa do singular do presente do indicativo). Para que se mantivesse a referência à 2.ª pessoa, o primeiro imperativo teria de ser alterado para “não me cobres”; para generalizar a referência à 3.ª pessoa, o imperativo “cobra” deveria ser convertido no subjuntivo exortativo “cobre”.

## 27 Teste problemático. Provável resposta oficial: e

No texto abaixo sobre as eleições em São Paulo, há ambigüidade no último período, o que pode dificultar o entendimento.

Ao chegar à Liberdade\*, a candidata participou de uma cerimônia xintoísta (religião japonesa anterior ao budismo). Depois, fez um pedido: “Quero paz e amor para todos”. Ganhou um presente de um ramo de bambu. (*Folha de S. Paulo*, 9/7/2000, adaptado.)

(\*) Bairro da cidade de São Paulo.

A ambigüidade deve-se

- a) à inadequação na ordem das palavras.
- b) à ausência do sujeito verbal.
- c) ao emprego inadequado dos substantivos.

d) ao emprego das palavras na ordem indireta.

e) ao emprego inadequado de elementos coesivos.

### Resolução

A ambigüidade (que é, na verdade, totalmente desfeita pelo contexto) deve-se ao emprego inadequado da preposição de, que deveria introduzir o termo “presente”, em função de predicativo do objeto “um ramo de bambu”, o que evitaria a possibilidade (totalmente improvável) de interpretação do termo “de um ramo de bambu” como objeto indireto. Em redação mais adequada, sem ambigüidade, a frase poderia tanto ser transformada em “Ganhou um ramo de bambu de presente”, como em “Ganhou de presente um ramo de bambu”, o que demonstra que não é a ordem das palavras o fator da ambigüidade, mas sim o emprego inepto da preposição. Não eleva o nível deste teste, nem o faz melhor instrumento de seleção, o fato de que a Banca Examinadora tenha preferido, para confundir os candidatos, indicar a preposição com a expressão “elemento coesivo” – expressão imprecisa, no caso, (ainda mais por estar empregada no plural, quando se trata de um só elemento), mas de prestígio certo, por ser do jargão da lingüística atual.

## 28 Teste problemático. Provável resposta oficial: a

Assinale a opção que melhor traduz o trecho em destaque do texto abaixo:

O novo livro de Ubaldo pode ser visto como um belo exercício de retórica. Utiliza-se de Itaparica, da radioatividade natural e da história da ilha baiana para defender uma tese: *a de que homens e mulheres podem ser igualmente grandes em suas realizações e virtudes, mas não podem escapar de seus pecadilhos e prevaricações, se se querem grandes.* (Sereza, H. C. Caderno 2/Cultura. *O Estado de S. Paulo*, 16/7/2000.)

- a) Os pequenos erros são inevitáveis e essenciais para a grandeza de homens e mulheres.
- b) Os pequenos erros são importantes, mas não essenciais, para a grandeza de homens e mulheres.
- c) Ainda que os pequenos erros sejam inevitáveis, não contribuem para a grandeza de homens e mulheres.
- d) Não são os pequenos erros que tornam homens e mulheres grandes em suas realizações e virtudes.
- e) Os pequenos erros são inevitáveis para a grandeza de homens e mulheres.

### Resolução

Na verdade, nenhuma das alternativas propostas traduz com exatidão o trecho destacado no texto. Nele, o que se diz é que quem quer ser grande, seja homem ou mulher, não pode “escapar” de (isto é, negar, evitar,



ignorar) seus pequenos erros. Isto não quer dizer, contudo, que, para serem grandes, homens ou mulheres tem de ter seus pequenos erros, como se afirma nas alternativas A e E. Na verdade, o texto permite que se pense que alguém pode ser grande mesmo sem ter seus pequenos erros, mas que, se os tiver, não pode ser grande se os negar ou ignorar. Portanto, não é correto dizer que “os pequenos erros são inevitáveis (e essenciais, como consta da alternativa A) para a grandeza de homens e mulheres”. O que se poderia dizer é que “os pequenos erros não devem ser evitados (negados, ignorados) por homens ou mulheres que aspirem à grandeza”. Assinale-se, ainda, na alternativa E, o emprego inepto da preposição para como regime de inevitável – um erro de palmatória, que é mais um sinal para que desconsideremos a E como resposta. Trata-se, como se vê, de um teste mal feito, que deveria ser anulado.

**As questões de 29 a 32 referem-se ao seguinte texto:**

Certos mitos são repetidos tantas e tantas vezes que muitos acabam se convencendo de que eles são de fato verdadeiros. Um desses casos é o que envolve a palavra “saudade”, que seria uma exclusividade mundial da língua portuguesa. Trata-se de uma grande e pretenciosa balela.

Todas as línguas do mundo exprimem com maior ou menor grau de complexidade todos os sentimentos humanos. E seria uma grande pretensão acreditar que o sentimento que batizamos de “saudade” seja exclusivo dos povos lusófonos.

Embora línguas que nos são mais familiares como o inglês e o francês tenham de recorrer a mais de uma expressão (seus equivalentes de “nostalgia” e “falta”) para exprimir o que chamamos de saudade em todas as circunstâncias, existem outros idiomas que o fazem de forma até mais sintética que o português.

Em uma de suas colunas semanais nesta *Folha*, o professor Josué Machado lembrou pelo menos dez equivalentes da palavra “saudade”. Os russos têm “tosca”; alemães, “Sehnsucht”; árabes, “shauck” e também “hanim”; armênios, “garod”; sérvios e croatas, “jal”; letões, “ilgas”; japoneses, “natsukashi”; macedônios, “nedôstatok”; e húngaros, “sóvárgás”.

Pode-se ainda acrescentar a essa lista o “desiderium” latino, o “páthos” dos antigos gregos e sabe-se lá quantas mais expressões equivalentes nas cerca de 6 mil línguas atualmente faladas no planeta ou nas 10 mil que já existiram.

Ora, se até os cães demonstram sentir saudades de seus donos quando ficam separados por um motivo qualquer, seria de um etnocentrismo digno de fazer inveja à Alemanha nazista acreditar que esse sentimento é próprio apenas aos que falam português.

Desde que o homem é homem, ou talvez mesmo

antes, ele sente saudade; desde que aprendeu a falar aprendeu também, de uma forma ou de outra, a dizê-lo. (Saudade. *Folha de S. Paulo*, 6/4/1996, adaptado.)

**29 Teste problemático. Respostas possíveis: a e b**

**NÃO** se pode afirmar que a noção do sentimento saudade no texto seja

- a) atribuída exclusivamente ao ser humano.
- b) uma prova de que a espécie humana é fruto da mutabilidade de espécies.
- c) comum a todos os seres humanos, mas a maneira de expressá-lo é diferente.
- d) comum a todos os seres humanos e remonta aos tempos antigos.
- e) talvez anterior à razão.

**Resolução**

Pede-se que o candidato assinale a alternativa que não corresponde ao texto. A alternativa A pode ser dada como resposta, pois no texto menciona-se o fato de que “até os cães demonstram sentir saudades”, o que invalida a afirmação segundo a qual “a noção do sentimento de saudade no texto seja (A) atribuída exclusivamente ao ser humano”. Aqui, a Banca Examinadora poderia ser especiosa e considerar que, embora o cão possa demonstrar sentir saudade, ele não poderia ter a “noção” de tal sentimento, admitindo-se como verdade que um animal não tem noção de nada. Não se trataria, como se vê, de um verdadeiro problema de compreensão do texto, mas, pura e simplesmente, de uma “pegada” da Banca Examinadora. A alternativa B, que também pode ser aceita como resposta, implica a conclusão de que, se cães sentem saudade e seres humanos também, estes últimos devam resultar da “mutabilidade das espécies”. Ora, isso é um caso do defeito lógico chamado non sequitur; atribuir tal “raciocínio” ao autor é fazer-lhe grande injustiça, já que nada no texto indica tal absurdo. As demais alternativas não apenas se ressentem de imprecisão (especialmente a E, na qual se postula, implicitamente, que a faculdade da razão é que faz que o homem seja homem), mas também de má redação: em C e D se empregam, descabidamente, formas verbais do indicativo (é, remonta), onde seria de exigir o subjuntivo.

**30 c**

No texto, a tese é que

- a) todos os povos têm os mesmos sentimentos e têm palavras para designá-los.
- b) os cães, assim como os seres humanos, sentem saudade.
- c) trata-se de um mito a crença de que apenas os povos lusófonos têm uma palavra para designar o sentimento “saudade”.
- d) há línguas que são mais sintéticas que outras para exprimir os sentimentos.

e) há línguas que são mais sintéticas que o português para expressar o sentimento que os povos lusófonos designam "saúde".

### Resolução

Embora não haja dúvida de que a alternativa C sintetiza a "tese" do texto, é de lamentar nela, mais uma vez, a má redação, pois "trata-se" é usado como equivalente a um verbo de ligação numa oração de predicato nominal. Está: "Trata-se de um mito a crença..."; deveria estar: "É um mito a crença...". Pobre língua portuguesa, assim massacrada numa prova de português!

## 31 b

**NÃO** se pode dizer que no texto haja

- a) uma declaração inicial que sintetiza a tese a ser defendida.
- b) a exclusividade da forma impessoal, que é marcada apenas pelo emprego de orações na voz passiva.
- c) uma equiparação do sentimento saudade dos cães ao dos seres humanos.
- d) a generalização de uma idéia após a apresentação de exemplos.
- e) exemplos de vocábulos de outras línguas para designar o sentimento "saúde", que funcionam como argumentos para a tese defendida.

### Resolução

Embora construções impessoais sejam freqüentes no texto, elas não são exclusivas, como se postula na alternativa B, pois ocorrem também, e com freqüência, construções pessoais, como "o professor Josué Machado lembrou..."

## 32 Teste problemático. Provável resposta oficial: a

No trecho "existem outros idiomas que o fazem de forma até mais sintética que o português" (3º parágrafo), o termo "o", em destaque, substitui

- a) uma oração indicativa de finalidade.
- b) uma oração indicativa de causa.
- c) uma oração indicativa de consequência.
- d) a oração antecedente.
- e) o sujeito da oração antecedente.

### Resolução

O sintagma "o fazem" – e não exclusivamente o pronome demonstrativo o – substitui não apenas uma oração ou um termo de oração, mas o conjunto formado pelo verbo de uma oração (expressar, que passaria a ser flexionado na 3.ª pessoa do plural do presente do indicativo: exprimem), seu objeto (o = aquilo) e a oração adjetiva que o determina. Portanto, "o fazem" substitui "exprimem o que chamamos de saudade". Assim, trocando "o fazem" pelo que esta expressão substitui, temos: "...existem outros idiomas que exprimem o que chamamos de saudade de forma até mais sintética que o português". Conclusão: nenhuma alternativa é correta, mas a que mais se aproxima do aceitável é a A: "uma oração indicativa de

finalidade" ("para exprimir": oração subordinada adverbial final). O erro, porém, salta aos olhos se fizermos a substituição de "o" por "para exprimir": "...existem outros idiomas que fazem para exprimir de forma até mais sintética que o português".

## 33 Teste problemático: e

Podemos afirmar que na obra *D. Casmurro*, Machado de Assis

- a) defende a tese de que o meio determina o homem porque descreve a personagem Capitu desde o início como uma futura adúltera.
- b) defende a tese determinista porque o meio em que Bentinho e Capitu vivem determina a futura tragédia.
- c) não defende a tese determinista, apontando antagonismo entre o meio e a tragédia final.
- d) defende a tese determinista ao demonstrar a influência da educação religiosa na formação de Capitu.
- e) não defende a tese determinista de modo explícito porque não fica clara a relação entre o meio e o fim trágico dos personagens.

### Resolução

A E é a menos ruim das alternativas, as demais são totalmente inaceitáveis. A afirmação contida na E, porém, também é passível de reparos, pois, ao postular que Machado de Assis, em *D. Casmurro*, "não defende a tese determinista de modo explícito", o examinador sugere que haveria algum determinismo implícito no livro, o que é inteiramente insustentável.

Leia o texto abaixo e as afirmações que se seguem

Que falta nesta cidade? Verdade.  
Que mais por sua desonra? Honra.  
Falta mais que se lhe ponha? Vergonha.

O demo a viver se exponha,  
Por mais que a fama a exalta,  
Numa cidade onde falta  
Verdade, honra, vergonha.

Matos, G. de. *Os melhores poemas de Gregório de Matos Guerra*. Rio de Janeiro: Record, 1990.

## 34 Teste problemático. Provável resposta oficial: b

- I – mantém uma estrutura formal e rítmica regular.
  - II – enfatiza as idéias opostas.
  - III – emprega a ordem direta.
  - IV – refere-se à cidade de São Paulo.
  - V – emprega a gradação.
- Então, pode-se dizer que são verdadeiras
- a) apenas I, II, IV.
  - b) apenas I, II, V.
  - c) apenas I, III, V.
  - d) apenas I, IV, V.
  - e) todas.

## Resolução

A afirmação I, segundo a qual o poema “mantém uma estrutura formal e rítmica regular”, é correta, pois seus versos são heptassilábicos (redondilhos maiores), sendo os do terceto seguidos de de palavras paroxítonas em rima com o final do verso. Na quadra, o esquema de rimas é ABBA e o último verso é constituído da “recolha” das palavras-rimas “disseminadas” no terceto. A afirmação II, segundo a qual o poema “ênfatiza idéias opostas” não é muito precisa. Com efeito, ela só se justifica com restrições, pois o texto apresenta uma única contraposição de idéias explícita, expressa pela antítese honra x desonra. É lugar-comum afirmar que o Barroco usa e abusa das antíteses; ocorre, porém, que aqui Gregório de Matos foi muito parcimonioso em seu emprego. Mas é possível que a razão para a “ênfase” atribuída à contraposição de idéias no texto não se deva apenas à antítese propriamente dita, que seria insuficiente, mas ao entendimento segundo o qual, no texto, se acumulariam oposições como falsidade x verdade, desonra x honra, sem-vergonhice x vergonha. A afirmação III (“emprega a ordem direta”) é correta, pois confirmada pela maioria das frases do poema (a exceção está no primeiro verso do quarteto, “O Demo a viver se exponha”, em que a ordem direta seria “O Demo se exponha a viver”). Nas duas primeiras questões do terceto a ordem é Sujeito + Verbo + Adjunto adverbial: ordem diretíssima! O fato de também ocorrer inversão no texto não torna falsa a afirmação de que, na imprópria formulação do teste, “o poema emprega a ordem direta”. A afirmação IV é falsa, pois o poema se refere à “cidade da Bahia”, como consta de sua rubrica. Isso, porém, não se poderia depreender do fragmento apresentado: seria preciso conhecer todo o texto ou ter informações a respeito de seu autor (ambos os conhecimentos são exigíveis dos candidatos). A afirmação V (“emprega a gradação”) é duvidosa, pois podemos considerar que haja gradação na enumeração “verdade, honra, vergonha”, mas isso depende de ponto de vista. De fato, haverá quem considere que a gradação seja ascendente, em clímax, pondo os valores éticos acima do gnoseológico e considerando a falta de vergonha uma falha ainda mais grave que a desonra. Haverá também outros que considerarão tratar-se de gradação descendente, já que se iniciaria com o supremo valor (verdade), desceria à mais geral consideração ética (honra) e terminaria na designação de uma manifestação de caráter ético (vergonha). Mas haverá ainda quem, com razões igualmente boas, julgará não haver diferença de intensidade de sentido nas palavras enumeradas, tratando-se, pois, de uma enumeração sem gradação, como ao menos duas outras que ocupam a mesma posição em estrofes seguintes do mesmo poema (“Pretos, mestiços, mulatos”, “Meirinhos, guardas, sargentos”). Porém, como se vê nas alternativas, a Banca Examinadora não permitiu que se levasse em conta esta última opinião.

Conclusão: se admitirmos que no poema se emprega a ordem direta (o que é irrefutável) e que ele não enfatiza idéias opostas, a correta seria a alternativa C. Se, por outro lado, considerarmos – como parece considerar a Banca Examinadora – que a afirmação II implica que o poema só empregue a ordem direta (apesar não haver, em II, indicação de exclusividade da ordem direta), ela então estará errada. Se considerarmos, ainda, que “o poema enfatiza as idéias opostas”, temos de admitir como correta a B. Nos dois casos, somos forçados a aceitar que no poema se emprega a gradação, pois as duas alternativas apontadas dão a afirmação V como correta.

**35**

Teste problemático. Provável resposta oficial: **A**. Respostas possíveis: **A, C e E**

Algumas obras de ficção retratam um contexto urbano, sendo por isso consideradas crônica de costumes. É, por exemplo, o caso de obras dos seguintes autores:

- a) Antônio de Alcântara Machado; Manuel Antônio de Almeida; Joaquim Manuel de Macedo; Lima Barreto.
- b) Antônio de Alcântara Machado; Manuel Antônio de Almeida; Joaquim Manuel de Macedo; Graciliano Ramos.
- c) Manuel Antônio de Almeida; Joaquim Manuel de Macedo; Lima Barreto; Mário de Andrade.
- d) Antônio de Alcântara Machado; Joaquim Manuel de Macedo; Lima Barreto; Graciliano Ramos.
- e) Manuel Antônio de Almeida; Joaquim Manuel de Macedo; Mário de Andrade; Antônio de Alcântara Machado.

## Resolução

Ao que parece, a Banca Examinadora, considerando correta apenas a alternativa A (pois não há outra possibilidade para o gabarito oficial), não levou em conta, no caso de Mário de Andrade, o romance *Amar, Verbo Intransitivo*, que se passa em São Paulo e pode ser considerado “crônica de costumes” da burguesia tradicionalista da cidade nas primeiras décadas do século. É fato que muitos o lêem apenas como romance psicológico, mas isso não absolve a Banca Examinadora de mais um erro. Como negar a qualificação de “crônica de costumes” a uma obra que focaliza hábitos de educação, relações familiares (pais com filhos, pais entre si, filhos entre si e todos com criados), além de diversos outros aspectos do universo social da burguesia paulista de fumos aristocráticos? Portanto, devem ser aceitas como corretas também as alternativas C e E. As obras referidas são: *Brás*, *Bexiga e Barra Funda*, contos de Antônio de Alcântara Machado que focalizam a vida dos imigrantes italianos em S. Paulo; *Memórias de um Sargento de Milícias*, com lembranças do Rio de Janeiro no período de D. João VI, época ainda anterior à do autor, Manuel Antônio de Almeida; *A Moreninha*, love story de Joaquim Manuel de Macedo que retrata uma parcela do “mundinho” fluminense da primeira metade do século XIX, e mais de um romance de Lima Barreto (*Triste Fim de Policarpo Quaresma*, por exemplo) ambientado no Rio de Janeiro.

Na frase abaixo, extraída do texto publicitário de um conceituado restaurante, há uma palavra cujo significado contraria o efeito de sentido esperado.

A nossa meta de atendimento é eficiência e cortesia.

- a) Localize a palavra e explique por que ela contraria o objetivo publicitário do texto.
- b) Escreva uma frase semelhante, mas que produza o efeito de sentido esperado nesse texto publicitário.

#### Resolução

- a) *A única possibilidade de responder à solicitação da Banca Examinadora é considerar que “atendimento” possa ter “significado que contraria o efeito de sentido esperado”. Tal significado seria o decorrente do entendimento segundo o qual o emissor (o restaurante) seria o objeto, não o sujeito da ação de atendimento, ou seja, que os proprietários do restaurante, não os seus clientes, fossem atendidos em seus interesses com eficiência e cortesia. Mas aqui se trata de, como se diz, “buscar pelo em ovo”, pois é muitíssimo improvável que qualquer falante da língua portuguesa entendesse a frase dessa forma inconveniente, ainda mais que, como mensagem publicitária de restaurante, ela seria apresentada com suficiente contextualização.*
- b) *“A nossa meta é atender com eficiência e cortesia.”*

Leia o texto seguinte:

Antes de começar a aula – matéria e exercícios no quadro, como muita gente entende –, o mestre sempre declamava um poema e fazia vibrar sua alma de tanta empolgação e os alunos ficavam admirados. Com a sutileza de um sábio foi nos ensinando a linguagem poética mesclada ao ritmo, à melodia e a própria sensibilidade artística. Um verdadeiro deleite para o espírito, uma sensação de paz, harmonia. (Osório, T. Meu querido professor. *Jornal Vale Paraibano*, 15/10/1999.)

- a) Qual a interpretação que pode ser dada à ausência da crase no trecho “a própria sensibilidade artística”?
- b) Qual seria a interpretação caso houvesse a crase?

#### Resolução

- a) *A ausência de crase faz que o termo “a própria sensibilidade artística” funcione como objeto direto de “ensinando”, coordenado sindeticamente ao outro objeto do mesmo verbo, “a linguagem poética”.*
- b) *A crase faria que o termo em questão tivesse a função de complemento nominal do adjetivo “mesclada”, particípio passado do verbo mesclar. Nesse caso, ele se coordenaria sindeticamente aos dois complementos que o antecedem, “ao ritmo, à melodia”.*

Leia o texto seguinte:

Sítio Bom Jardim apresenta Forró Sertanejo com a banda Casa Nova, no dia 30 de outubro, a partir das 21 horas. Mulher acompanhada até 24 horas não paga. Venha e participe desta festa. (*Jornal Vale ADCS*, out./1999, adaptado.)

- a) Localize o trecho em que há ambigüidade.
- b) Aponte duas interpretações possíveis para esse trecho, considerando o contexto.

#### Resolução

- a) *A ambigüidade está em “Mulher acompanhada até 24 horas não paga”.*
- b) *As duas interpretações possíveis são: 1) mulher não paga se entrar acompanhada até a meia-noite, 2) mulher não paga se estiver acompanhada por um período de 24 horas. A segunda interpretação é muito improvável.*

O texto abaixo, da seção “Saúde” do Suplemento de março/2000, do Caderno Regional Folha Vale, *Folha de S. Paulo*, faz parte de uma série de recomendações para relaxamento dos olhos

– Lubrificantes oculares gelados também são muito eficientes, mas só quando prescritos por um oftalmologista.  
– Importante: não jogue água boricada dentro do olho, pois isto causa irritação. Ela deve ser usada apenas para limpeza externa ou como compressa gelada.

- a) Localize, no texto, o trecho em que há um problema de coerência.
- b) Reescreva o trecho de modo a torná-lo coerente.

#### Resolução

- a) *O “problema de coerência” está no trecho “são muito eficientes, mas só quando prescritos por um oftalmologista”. A segunda afirmação é absurda, pois não se pode aceitar como lógica, “coerente”, a concepção segundo a qual a prescrição do oftalmologista possa fazer o colírio ser ou não eficiente. O médico prescreve um medicamento porque ele é eficiente (em geral ou no caso específico), não o contrário, ou seja, o medicamento não é eficiente porque o médico o prescreve.*
- b) *“Lubrificantes oculares gelados também são muito eficientes, mas não devem ser usados sem a prescrição de um oftalmologista.”*

Leia o texto abaixo

No novo catecismo das empresas, um *trainee* deve ter as mesmas qualidades dos diretores e



gerentes, que por sua vez precisam saber ouvir e usar a Internet como os *trainees*, que precisam ter a mesma disposição de se superar do presidente, que precisa trabalhar com equipes do mesmo jeito que os *trainees*, gerentes e diretores, e vice-versa. (Você, N. 10, abril/1999, adaptado.)

- Aponte duas propriedades do texto que contribuem para o efeito do sentido circular.
- O termo “vice-versa” é necessário no contexto em que aparece? Por quê?

#### Resolução

- A estrutura básica do texto é circular porque obedece à seguinte fórmula: x deve ser como y que deve ser como x. Sintaticamente, a oração adjetiva é uma das “propriedades do texto que contribuem para o efeito do sentido circular”, pois através dos pronomes que as introduzem elas retomam o segundo termo da comparação anterior, para fazer dele o primeiro termo da comparação seguinte, cujo segundo termo retoma o primeiro da comparação anterior. Outras “propriedades” que contribuem para a mencionada circularidade semântica são: a reiteração da conjunção como; a repetição do pronome mesmo; a organização em “quiasmo” ( $x - y : y - x$ ).
- Não, o “vice-versa” é redundante, pois a relação de circularidade por ele proposta já se encontrava explicitamente formulada.

**41**

Leia o texto seguinte:

A aposentada A. S., 68, tomou na semana passada uma decisão macabra em relação ao seu futuro. Ela pegou o dinheiro de sua aposentadoria (um salário-mínimo) e comprou um caixão.

A. mora com a irmã, M. F., 70, que também é aposentada. Elas não têm parentes. A. diz que está investindo no futuro. Sua irmã a apóia. A. também comprou a mortalha – roupa que quer usar quando morrer. O caixão fica guardado na sala da casa. (Aposentada compra caixão para o futuro. *Folha de S. Paulo*, 22/8/1992, adaptado.)

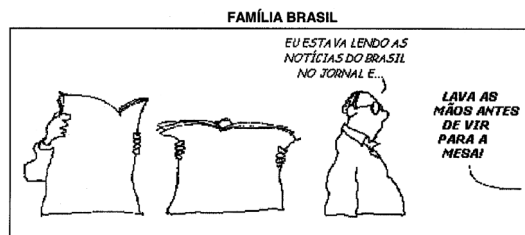
- Localize um trecho que revela ironia.
- Explique como se dá esse efeito de ironia.

#### Resolução

- É irônico o registro: “Ela diz que está investindo no futuro”.
- A ironia está em que futuro geralmente significa “vida vindoura”, mas aqui, ao contrário, significa “morte”. Nesse contexto, a idéia de “investimento” soa macabramente, mas divertidamente, imprópria.

**42**

Leia abaixo a tira de Luís Fernando Veríssimo, publicada no jornal *O Estado de S. Paulo* de 16/7/2000, e explique como se dá o efeito cômico.



#### Resolução

- O efeito cômico está no contexto em que ocorre a frase “Lava as mãos antes de vir para a mesa”. Como o marido falava em estar “lendo as notícias do Brasil no jornal”, entende-se que a sujeira não venha do jornal, materialmente considerado, mas do conteúdo das “notícias do Brasil”: imoralidade, corrupção...

**43**

Leia o texto seguinte:

Levantamento inédito com dados da Receita revela quantos são, quanto ganham e no que trabalham os ricos brasileiros que pagam impostos. (...)

Entre os nove que ganham mais de 10 milhões por ano, há cinco empresários, dois empregados do setor privado, um que vive de rendas. O outro, quem diria, é servidor público. (Veja, 12/7/2000.)

- A ausência de vírgula no trecho em destaque, no primeiro parágrafo, afeta o sentido? Justifique.
- Por que o emprego da vírgula é obrigatório no trecho em destaque, no segundo parágrafo? O que esse trecho permite inferir?

#### Resolução

- Sim, a ausência de vírgula no trecho destacado (“...os ricos brasileiros que pagam impostos”) é pertinente para o sentido. Sem vírgula, a oração introduzida pelo pronome que é subordinada adjetiva restritiva, ou seja, delimita o sentido de seu antecedente, “os ricos brasileiros”. Trata-se, portanto, somente dos “ricos brasileiros que pagam impostos”, estando implicada a idéia de que nem todos o fazem. Com vírgula, a oração seria uma subordinada adjetiva explicativa e significaria que se trata de todos os ricos brasileiros e que todos eles pagam impostos.
- As vírgulas separam do resto do período (composto por apenas mais uma oração) a oração intercalada “quem diria”, que funciona como uma intromissão do jornalista, uma expressão de surpresa diante de fato inusitado.

**44**

O poema abaixo caracteriza-se pelo tom de humor:

#### O capoeira

— Qué apanhá sordado?  
— O quê?  
— Qué apanhá?  
Pernas e cabeças na calçada.

(Andrade, Oswald de. *Pau-Brasil*. São Paulo: Globo, 1998.)

- a) Aponte uma característica do texto responsável pelo efeito de humor. Justifique.
- b) Qual a importância do título para a interpretação do poema? Justifique.

#### Resolução

- a) A rapidez cinematográfica com que é introduzida a imagem final – “pernas e cabeças na calçada” – tem o efeito-surpresa de uma boa piada (composições epigramáticas como a presente eram justamente chamadas “poemas-piada” pelos modernistas). Outros fatores de comicidade estão na transcrição da fala caipira – discurso de registro, por assim dizer, baixíssimo (“quê apanhá, sordado?”), – assim como no próprio conteúdo do diálogo.
- b) O título, “O capoeira”, descrevendo o “herói” da pequena narrativa contida no texto, fornece uma informação básica para o sentido e a graça da história. Trata-se de uma personagem de presença instantânea, mas suficiente para que a alistemos ao lado de alguns dos “heróis” (outros diriam “anti-heróis”) prediletos da literatura brasileira: os malandros. O fato de o capoeira vencer o “sordado” atribui-lhe uma aura de contestador, de infrator: o representante inerme de uma arte marcial popular contra o representante institucional, provavelmente armado, da Ordem e da Repressão.

**45**

Leia os textos seguintes:

**(1)**

(...)  
Minha terra tem palmeiras  
Onde canta o sabiá;  
As aves que aqui gorjeiam,  
Não gorjeiam como lá.  
(...)

(Dias, Gonçalves. *Poesias completas*.  
São Paulo: Saraiva, 1957.)

**(2)**

lá?  
ah!  
  
Sabiá...  
papá...  
maná...  
Sofá...  
sinhá...  
  
cá?  
bah!

(Paes, J. P. *Um por todos. Poesia reunida*.  
São Paulo: Brasiliense, 1986.)

- a) Aponte uma característica do texto (1) que o filia ao Romantismo e uma do texto (2) que o filia ao Concretismo.
- b) É possível relacionar o texto (2) com o (1)? Justifique.

#### Resolução

- a) A nostalgia da pátria (a pátria real ou, como é o caso, a ideal) e a idealização da natureza (da pátria) são traços românticos. A estrutura verbal minimizada, elaborada através do jogo de partículas sonoras e semânticas minúsculas, é o que faz pensar no Concretismo, a que o texto de José Paulo Paes se liga (no sentido de ter sofrido sua influência), mas não se filia. Com efeito, nem o autor, nem os poetas que com propriedade se podem classificar como concretistas, como Décio Pignatari ou Augusto e Haroldo de Campos, considerariam que o texto é um exemplo de “poesia concreta”. Trata-se, na verdade, de um epigrama paródico, como diversos produzidos nas décadas de 20 e 30, os “anos heróicos” do Modernismo.
- b) Sim, o texto 2 funciona como uma paródia do texto 1, de que ele retoma o tema (pátria x exílio, ou lá x cá), a imagem (sabiá), as rimas (em –á). A isso, em sua estrutura tão enxuta, ele acrescenta outros elementos que integram o imaginário dos “bens nacionais”, como maná e sinhá.

### COMENTÁRIO DE PORTUGUÊS

*Prova, infelizmente, maculada por diversos erros (ver nossos comentários) e pela irrelevância de vários dos pontos questionados. Infelizmente, nada indica que seja uma prova apta a distinguir os melhores candidatos, pois, diante de questões tão problemáticas (no pior sentido), bons e maus estudantes têm seu desempenho indiferenciado: todos são forçados a “chutar”.*

### INSTRUÇÕES PARA REDAÇÃO

Redija uma dissertação (em prosa, de aproximadamente 25 linhas) sobre o tema:

#### A ocasião faz o ladrão?

Para elaborar sua redação, você poderá valer-se, total ou parcialmente, dos argumentos contidos nos excertos abaixo, refutando-os ou concordando com os mesmos. **Não os copie.** (Dê um título ao seu texto. A redação final deve ser feita com caneta azul ou preta.)

- 1) (...) muito se reclama no Brasil da corrupção pública, que vai do guardinha de trânsito ao deputado federal. A corrupção privada, no entanto, é igualmente difusa e danosa, embora ninguém

pareça escandalizar-se demais com ela. Quando vou ao Brasil, freqüento jornalistas, cineastas, publicitários, e é impressionante a quantidade de histórias de corrupção privada que eles têm a contar. Na maior parte dos casos, são atravessadores que faturam uma bonificação para cada transação comercial que executam. Acredito que em outros campos de trabalho se verifiquem fatos análogos. Se, em vez de jornalistas, cineastas e publicitários, eu freqüentasse fabricantes de parafusos ou importadores de máquinas agrícolas, acho que acabaria ouvindo o mesmo número de histórias de corrupção. (Diogo Mainardi. *Veja*, 5/7/2000.)

2) No Brasil uma pessoa já é considerada honesta apenas porque é medíocre em sua desonestidade. (Millôr Fernandes. *Folha de S. Paulo*, 30/7/2000.)

3) Não há povos mais ou menos predispostos à desonestidade. Há sim, sistemas mais permissivos, mais frouxos, mais corruptos, nos quais ela encontra terreno fértil para plantar suas raízes profundas – o que estaria ocorrendo no Brasil. (*IstoÉ*, 20/5/1992.)

4) Os excertos abaixo foram extraídos da matéria “O bloco dos honestos”, publicada em *IstoÉ* de 20/5/1992, e adaptados. (A moeda na época era o Cruzeiro.)

G.B.P. – *Funcionária do Metrô de São Paulo*

- Salário mensal de Cr\$ 640 mil; entre suas funções recolhe roupas doadas para os pobres.
- Trabalhando solitariamente numa sala, encontrou US\$ 400\* no bolso de um casaco que lhe foi entregue.
- Passou o dinheiro a seu chefe, que aguarda o verdadeiro dono.

(\*) US\$ 400 correspondia a um pouco mais que o dobro do salário da funcionária, na época.

C.A. – *Camareira de hotel*

- Ganha mensalmente Cr\$ 390 mil, trabalhando 10 horas por dia.
- Entrega à gerência dólares, relógios e jóias esquecidos pelos hóspedes.
- Sua receita para a honestidade é “não dar chance à tentação”.

H.H.F. – *Fiscal Aduaneiro*

- Cr\$ 3 milhões de salário mensal, fiscalizando a fronteira Brasil-Paraguai.
- Por suas mãos passam diariamente US\$10 milhões

em guias de exportação.

- Irredutível, declara: “A corrupção não compensa, tampouco constrói”.

J.A.S. – *Engenheiro*

- Salário de Cr\$ 2 milhões por mês, examinando loteamentos fora da lei. Já interditou mais de 60 empreendimentos imobiliários irregulares.
- Diz que o menor diálogo com “a pilantragem termina em corrupção”.

## COMENTÁRIO DE REDAÇÃO

A ocasião faz o ladrão? Esta pergunta constituiu o tema proposto, a ser desenvolvido numa dissertação em prosa.

Visando a facilitar o desempenho do candidato, a Banca Examinadora apresentou um vasto painel, do qual constaram sete excertos, três deles reconhecendo a corrupção como prática generalizada no país, observável nas mais diferentes esferas, e não raro encarada como sinal de esperteza, brilhantismo, em oposição à honestidade, que se tem tornado, na opinião de muitos, sinônimo de mediocridade.

Aos olhos de escritores e jornalistas citados nos excertos, nem sempre estaria no povo a predisposição à desonestidade, mas no próprio país, cujo “sistema mais permissivo” propiciaria a disseminação dessa prática.

Contrapondo-se às opiniões mais cétricas (ou realistas) acerca das origens da corrupção, apresentaram-se quatro relatos, extraídos de matéria intitulada O bloco dos honestos, publicada em 1992 pela revista *IstoÉ*. Citam-se ali comportamentos excepcionais de pessoas que, embora exercessem funções que lhes facilitariam a obtenção de favorecimentos ilícitos, optaram por resistir à “tentação”, convictas de que “a corrupção não compensa, tampouco constrói”.

Tendo analisado cada fragmento fornecido como estímulo, o candidato deveria atender ao compromisso de, em resposta à pergunta-tema, expor seu próprio ponto de vista sobre a corrupção. Assim, caberia refletir: somos todos potencialmente corruptos, à espera de alguma oportunidade da qual tirar proveito, ou somos, na essência, cidadãos honestos, que não sucumbem às vantagens do lucro fácil? Os posicionamentos possíveis a respeito dessas questões poderiam ser sintetizados em duas frases contrárias: no próprio ditado que serviu de tema (“A ocasião faz o ladrão”), ou na versão “corrigida” proposta por Brás Cubas, personagem machadiano: “A ocasião faz o furto; o ladrão já nasce feito”.

# MATEMÁTICA

$\mathbb{R}$  é o conjunto dos números reais.

$A^c$  denota o conjunto complementar de  $A \subset \mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ .

$A^T$  é a matriz transposta da matriz  $A$ .

$(a, b)$  representa o par ordenado.

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ ,  $]a, b[ = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$ .

$[a, b[ = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$ ,  $]a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$ .

## 1 d

Se  $a \in \mathbb{R}$  é tal que  $3y^2 - y + a = 0$  tem raiz dupla, então

a solução da equação  $3^{2x+1} - 3^x + a = 0$  é:

a)  $\log_2 6$       b)  $-\log_2 6$       c)  $\log_3 6$

d)  $-\log_3 6$       e)  $1 - \log_3 6$

### Resolução

Se  $a \in \mathbb{R}$  e  $3y^2 - y + a = 0$  tem raiz dupla, então

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{12}$$

Assim sendo,

$$3^{2x+1} - 3^x + a = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 3^x + \frac{1}{12} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{12}}}{2 \cdot 3} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \log_3 \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = -\log_3 6$$

## 2 b

O valor da soma  $a + b$  para que as raízes do polinômio  $4x^4 - 20x^3 + ax^2 - 25x + b$  estejam em progressão aritmética de razão  $1/2$  é:

a) 36      b) 41      c) 26      d) -27      e) -20

### Resolução

$$\text{Se } x_1 = r, x_2 = r + \frac{1}{2}, x_3 = r + 1 \text{ e } x_4 = r + \frac{3}{2}$$

forem as raízes da equação

$$4x^4 - 20x^3 + ax^2 - 25x + b = 0, \text{ então}$$

$$r + \left(r + \frac{1}{2}\right) + \left(r + 1\right) + \left(r + \frac{3}{2}\right) = -\frac{(-20)}{4} \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}$$

O conjunto-verdade da equação é  $\left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2\right\}$ , e

portanto,

$$4 \cdot 1^4 - 20 \cdot 1^3 + a \cdot 1^2 - 25 \cdot 1 + b = 0$$

Assim,  $a + b = 41$

## 3 c

Se  $z = 1 + i\sqrt{3}$ ,  $z \cdot \overline{w} = 1$  e  $\alpha \in [0, 2\pi]$  é um argumento de  $z \cdot w$ , então  $\alpha$  é igual a:

a)  $\frac{\pi}{3}$       b)  $\pi$       c)  $\frac{2\pi}{3}$       d)  $\frac{5\pi}{3}$       e)  $\frac{3\pi}{2}$

### Resolução

Se  $z = 1 + i\sqrt{3}$  e  $z \cdot \overline{w} = 1$  então

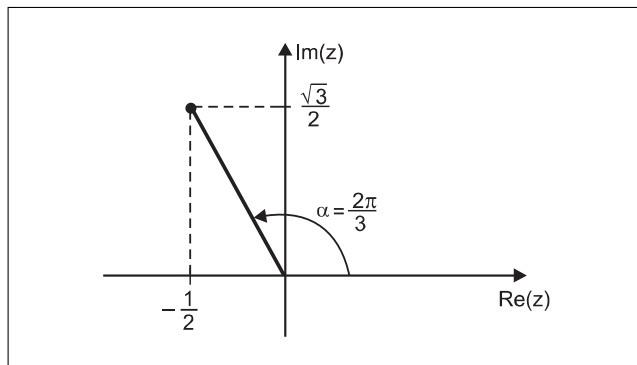
$$\overline{w} = \frac{1}{1 + i\sqrt{3}} \cdot \frac{1 - i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{w} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + 3} = \frac{1}{4} - i \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} i$$

$$\text{Portanto, } z \cdot w = (1 + i\sqrt{3}) \cdot \left(\frac{1}{4} + i \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i.$$

Se  $\alpha \in [0; 2\pi]$  é um argumento de  $z \cdot w$  então  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$





**4 a**

O número complexo

$$z = \frac{1 - \cos a}{\sin a \cos a} + i \frac{1 - 2\cos a + 2\sin a}{\sin 2a}, a \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$$

tem argumento  $\frac{\pi}{4}$ . Neste caso,  $a$  é igual a:

- a)  $\frac{\pi}{6}$     b)  $\frac{\pi}{3}$     c)  $\frac{\pi}{4}$     d)  $\frac{\pi}{5}$     e)  $\frac{\pi}{9}$

**Resolução**

Se o argumento de

$$z = \frac{1 - \cos a}{\sin a \cos a} + i \frac{1 - 2\cos a + 2\sin a}{\sin 2a} \text{ é igual a } \frac{\pi}{4}$$

$$\text{então } \frac{1 - \cos a}{\sin a \cos a} = \frac{1 - 2\cos a + 2\sin a}{\sin 2a} \Rightarrow$$

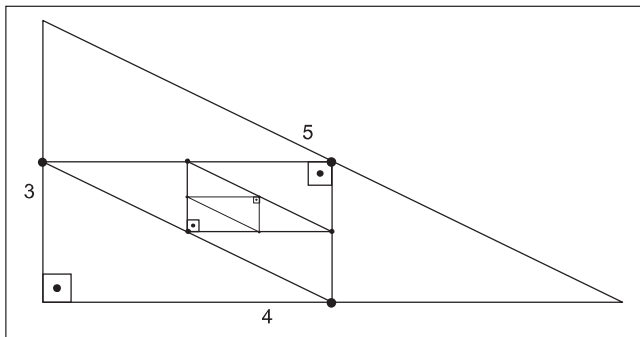
$$\Rightarrow 2 - 2\cos a = 1 - 2\cos a + 2\sin a \Rightarrow \sin a = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{\pi}{6} \text{ pois } a \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$$

**5 a**

Um triângulo tem lados medindo 3, 4 e 5 centímetros. A partir dele, constrói-se uma seqüência de triângulos do seguinte modo: os pontos médios dos lados de um triângulo são os vértices do seguinte. Dentre as alternativas abaixo, o valor em centímetros quadrados que está mais próximo da soma das áreas dos 78 primeiros triângulos assim construídos, incluindo o triângulo inicial, é:

- a) 8    b) 9    c) 10    d) 11    e) 12

**Resolução**

As áreas desses triângulos, em centímetros quadrados, correspondem aos termos de uma progressão geométrica estritamente decrescente:  $6; \frac{6}{4}; \frac{6}{16}; \dots$  e

assim a soma  $S$ , em centímetros quadrados, das áreas desses infinitos triângulos é dado por:

$$S = 6 + 6 \cdot \frac{1}{4} + 6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \dots = \frac{6}{1 - \frac{1}{4}} = 8$$

Logo, pode-se concluir que a soma das áreas dos 78 primeiros triângulos construídos de acordo com esse processo é aproximadamente igual a  $8\text{cm}^2$ .

**6 b**

Sabendo que é de 1024 a soma dos coeficientes do polinômio em  $x$  e  $y$ , obtido pelo desenvolvimento do binômio  $(x + y)^m$ , temos que o número de arranjos sem repetição de  $m$  elementos, tomados 2 a 2, é:

- a) 80    b) 90    c) 70    d) 100    e) 60

**Resolução**

A soma dos coeficientes do polinômio  $(x + y)^m$  é igual a  $(1 + 1)^m = 2^m$ . Então:

$$2^m = 1024 \Rightarrow m = 10 \Rightarrow A_{m,2} = A_{10,2} = 10 \times 9 = 90$$

**7 e**

A respeito das combinações

$$a_n = \binom{2n}{n} \quad \text{e} \quad b_n = \binom{2n}{n-1}$$

temos que, para cada  $n = 1, 2, 3, \dots$ , a diferença  $a_n - b_n$  é igual a:

- a)  $\frac{n!}{n+1} a_n$     b)  $\frac{2n}{n+1} a_n$     c)  $\frac{n}{n+1} a_n$   
d)  $\frac{2}{n+1} a_n$     e)  $\frac{1}{n+1} a_n$

**Resolução**

$$\begin{aligned} a_n - b_n &= \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1} = \\ &= \frac{(2n)!}{n! n!} - \frac{(2n)!}{(n-1)! (n+1)!} = \\ &= \frac{(2n)!}{n! n!} - \frac{(2n)! n}{n! \cdot (n+1) \cdot n!} = \\ &= \frac{(2n)!}{n! n!} \cdot \left[ 1 - \frac{n}{n+1} \right] = a_n \cdot \frac{n+1-n}{n+1} = \frac{1}{n+1} \cdot a_n \end{aligned}$$

**8 e**

Sejam  $A$  e  $B$  matrizes  $n \times n$ , e  $B$  uma matriz simétrica. Dadas as afirmações:

- (I)  $AB + BA^T$  é simétrica.  
(II)  $(A + A^T + B)$  é simétrica.  
(III)  $ABA^T$  é simétrica.

temos que:

- a) apenas (I) é verdadeira.  
b) apenas (II) é verdadeira.  
c) apenas (III) é verdadeira.  
d) apenas (I) e (III) são verdadeiras.  
e) todas as afirmações são verdadeiras.

### Resolução

Se  $B$  é uma matriz simétrica, então  $B^T = B$ . Assim:

(I) Verdadeira, pois

$$(AB + BA^T)^T = (AB)^T + (BA^T)^T = B^T \cdot A^T + (A^T)^T \cdot B^T = B \cdot A^T + A \cdot B = AB + BA^T \text{ e } (AB + BA^T) \text{ é simétrica.}$$

(II) Verdadeira, pois

$$(A + A^T + B)^T = A^T + (A^T)^T + B^T = A^T + A + B = A + A^T + B \text{ e } (A + A^T + B) \text{ é simétrica.}$$

(III) Verdadeira, pois

$$(ABA^T)^T = [A \cdot (BA^T)]^T = (B \cdot A^T)^T \cdot A^T = (A^T)^T \cdot B^T \cdot A^T = A \cdot B^T \cdot A^T = A \cdot B \cdot A^T \text{ e } (ABA^T) \text{ é simétrica.}$$

## 9 a

Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$$

A soma dos elementos da primeira coluna da matriz inversa de  $A$  é:

- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) 5

### Resolução

O determinante de  $A$  é

$$\det A = (2-1)(3-1)(4-1)(3-2)(4-2)(4-3) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

Os cofatores dos elementos  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  e  $a_{14}$  de  $A$  são, respectivamente, iguais a

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \\ 8 & 27 & 64 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{vmatrix} = 48$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 16 \\ 1 & 27 & 64 \end{vmatrix} =$$

$$= -3 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 16 \end{vmatrix} = -72$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \end{vmatrix} = 48$$

$$A_{14} = (-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} = -12$$

A soma dos elementos da primeira coluna da matriz

$$\text{inversa de } A \text{ é } \frac{48}{12} + \frac{-72}{12} + \frac{48}{12} + \frac{-12}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

## 10 c

Sendo  $\alpha$  e  $\beta$  os ângulos agudos de um triângulo retângulo, e sabendo que  $\sin^2 2\beta - 2 \cos 2\beta = 0$ , então  $\sin \alpha$  é igual a:

- a)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       b)  $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$       c)  $\frac{\sqrt[4]{8}}{2}$       d)  $\frac{\sqrt[4]{8}}{4}$       e) zero

### Resolução

Sendo  $\alpha$  e  $\beta$  ângulo agudos de um triângulo, então:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \beta = \sin \alpha.$$

Na equação  $\sin^2 (2\beta) - 2 \cdot \cos (2\beta) = 0$ , resulta:

$$1 - \cos^2 (2\beta) - 2 \cdot \cos (2\beta) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - (2 \cdot \cos^2 \beta - 1)^2 - 2 \cdot (2 \cdot \cos^2 \beta - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4 \cdot \cos^4 \beta + 4 \cdot \cos^2 \beta - 1 - 4 \cdot \cos^2 \beta + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^4 \beta = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \beta = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$$

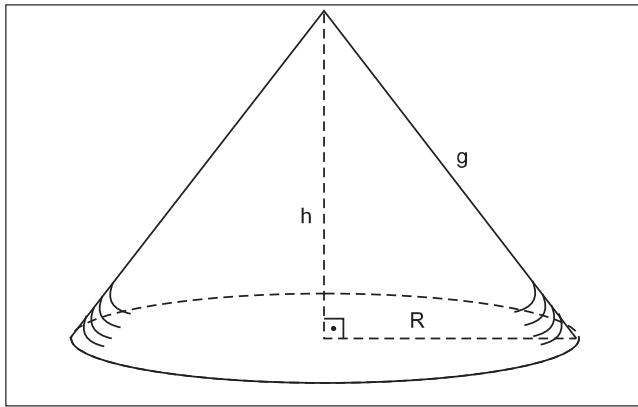
$$\text{Portanto: } \sin \alpha = \cos \beta = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$$

## 11 b

O raio da base de um cone circular reto é igual à média aritmética da altura e a geratriz do cone. Sabendo-se que o volume do cone é  $128\pi \text{ m}^3$ , temos que o raio da base e a altura do cone medem, respectivamente, em metros:

- a) 9 e 8      b) 8 e 6      c) 8 e 7  
d) 9 e 6      e) 10 e 8

### Resolução



Sendo  $g$ ,  $h$  e  $R$ , as medidas em metros, da geratriz, altura e raio da base do cone, respectivamente, tem-se:

$$1^{\circ}) R = \frac{h + g}{2} \Leftrightarrow g = 2R - h$$

$$2^{\circ}) R^2 + h^2 = g^2 \Leftrightarrow R^2 + h^2 = (2R - h)^2 \Leftrightarrow h = \frac{3R}{4}$$

$$3^{\circ}) \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = 128\pi$$

$$\text{Assim: } \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \frac{3R}{4} = 128\pi \Leftrightarrow R^3 = 512 \Leftrightarrow R = 8$$

e como  $h = \frac{3R}{4}$ , tem-se finalmente:

$$h = \frac{3 \cdot 8}{4} \Leftrightarrow h = 6$$

### 12 b

De dois polígonos convexos, um tem a mais que o outro 6 lados e 39 diagonais. Então, a soma total dos números de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a:

- a) 63      b) 65      c) 66      d) 70      e) 77

#### Resolução

Sendo  $n$  e  $n + 6$  os números de lados e,  $d$  e  $d + 39$  os números de diagonais desses dois polígonos convexos, tem-se:

$$1^{\circ}) d = \frac{n(n-3)}{2} \Leftrightarrow 2d = n^2 - 3n$$

$$2^{\circ}) d + 39 = \frac{(n+6)(n+6-3)}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2d + 78 = (n+6)(n+3)$$

$$\text{Assim: } n^2 - 3n + 78 = n^2 + 9n + 18 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12n = 60 \Leftrightarrow n = 5$$

Conclui-se portanto que um dos polígonos convexos tem 5 vértices e 5 diagonais e o outro polígono tem exa-

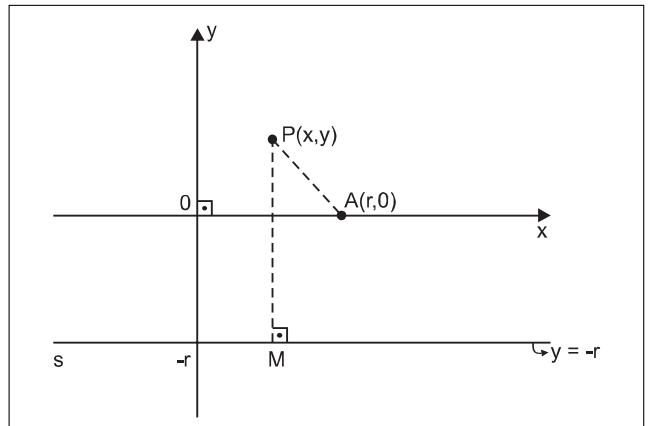
tamente  $5 + 6 = 11$  vértices e  $5 + 39 = 44$  diagonais. Logo, a soma total dos números de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a:  
 $5 + 11 + 5 + 44 = 65$

### 13 e

Seja o ponto  $A = (r, 0)$ ,  $r > 0$ . O lugar geométrico dos pontos  $P = (x, y)$  tais que é de  $3r^2$  a diferença entre o quadrado da distância de  $P$  a  $A$  e o dobro do quadrado da distância de  $P$  à reta  $y = -r$ , é:

- a) uma circunferência centrada em  $(r, -2r)$  com raio  $r$ .  
 b) uma elipse centrada em  $(r, -2r)$  com semi-eixos valendo  $r$  e  $2r$ .  
 c) uma parábola com vértice em  $(r, -r)$ .  
 d) duas retas paralelas distando  $r\sqrt{3}$  uma da outra.  
 e) uma hipérbole centrada em  $(r, -2r)$  com semi-eixos valendo  $r$ .

#### Resolução



Conforme enunciado:

$$(I) d_{PA}^2 - 2d_{PM}^2 = 3r^2$$

$$(II) d_{PA}^2 = (x - r)^2 + y^2$$

$$(III) d_{PM}^2 = (y + r)^2$$

De (I), (II) e (III), temos:

$$(x - r)^2 + y^2 - 2(y + r)^2 = 3r^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2rx + r^2) - (y^2 + 4ry + 4r^2) = r^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x - r)^2}{r^2} - \frac{(y + 2r)^2}{r^2} = 1$$

que é a equação de uma hipérbole centrada em  $(r, -2r)$  com semi-eixos valendo  $r$ .

### 14 b

Sejam  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  subconjuntos próprios de  $\mathbb{R}$ , não-vazios. Com respeito às afirmações:

$$(I) X \cap \{[Y \cap (X \cup Y)^c] \cup [X \cup (X^c \cap Y)^c]\} = X.$$

$$(II) \text{ Se } Z \subset X \text{ então } (Z \cup Y) \cup [X \cup (Z^c \cap Y)] = X \cup Y.$$

$$(III) \text{ Se } (X \cup Y)^c \subset Z \text{ então } Z^c \subset X.$$

temos que:

- a) apenas (I) é verdadeira.  
 b) apenas (I) e (II) são verdadeiras.  
 c) apenas (I) e (III) são verdadeiras.  
 d) apenas (II) e (III) são verdadeiras.  
 e) todas são verdadeiras.

### Resolução

- I) Verdadeira, pois  $X \cap \{[Y \cap (X \cup Y)^c] \cup [X \cup (X^c \cap Y)^c]\} =$   
 $= X \cap \{[\emptyset] \cup [X \cup (X \cup Y)^c]\} = X \cap \{[\emptyset] \cup [X \cup (X \cup Y)]\} =$   
 $= X \cap (X \cup Y) = X$   
 II) Verdadeira, pois  $(Z \cup Y) \cup [X \cup (Z^c \cap Y)] =$   
 $= (Z \cup Y) \cup [(X \cup Z^c) \cap (X \cup Y)] =$   
 $= (Z \cup Y) \cup [(X \cap (X \cup Z^c)) \cup (Y \cap (X \cup Z^c))] =$   
 $= (Z \cup Y) \cup [(X \cap (X \cup Z^c)) \cup (Y \cap (X \cup Z^c))] = X \cup Y$   
 III) Falsa, pois se  $X = \{1\}$ ,  $Y = \{2\}$  e  $Z = \mathbb{R} - \{1; 2\}$  por exemplo, temos  
 $(X \cup Y)^c = \{1; 2\}^c = \mathbb{R} - \{1; 2\} = Z \subset Z$  e  $Z^c = \{1; 2\} \not\subset \{1\} = X$

## 15 e

Se  $f: ]0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  é tal que,  $\forall x \in ]0, 1[$ ,

$$|f(x)| < \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad f(x) = \frac{1}{4} \left( f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x+1}{2}\right) \right)$$

então a desigualdade válida para qualquer  $n = 1, 2, 3, \dots$  e  $0 < x < 1$  é:

- a)  $|f(x)| + \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2}$       b)  $\frac{1}{2^n} \leq |f(x)| \leq \frac{1}{2}$   
 c)  $\frac{1}{2^{n+1}} < |f(x)| < \frac{1}{2}$       d)  $|f(x)| > \frac{1}{2^n}$   
 e)  $|f(x)| < \frac{1}{2^n}$

### Resolução

- 1)  $\frac{x}{2} \in ]0; 1[$  e  $\frac{x+1}{2} \in ]0; 1[$  para qualquer  $x \in ]0; 1[$

- 2) Se  $|f(x)| < \frac{1}{2}$ ,  $\forall x \in ]0; 1[$ , então  $\left| f\left(\frac{x}{2}\right) \right| < \frac{1}{2}$

$$\text{e} \quad \left| f\left(\frac{x+1}{2}\right) \right| < \frac{1}{2}. \text{ Assim,}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2} < f\left(\frac{x}{2}\right) < \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} < f\left(\frac{x+1}{2}\right) < \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{4} < \frac{1}{4} \left( f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x+1}{2}\right) \right) < \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} < f(x) < \frac{1}{4} \Rightarrow |f(x)| < \frac{1}{4}$$

- 3) Para  $n = 1$ ,  $|f(x)| + \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow |f(x)| < 0$  e portanto a alternativa (a) é falsa.

- 4) Para  $n = 1$ ,  $\frac{1}{2^n} \leq |f(x)| \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{1}{2}$  e

portanto a alternativa (b) é falsa, pois  $|f(x)| < \frac{1}{4}$ .

- 5) Para  $n = 1$ ,  $\frac{1}{2^{n+1}} < |f(x)| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} < |f(x)| < \frac{1}{2} \text{ e portanto a alternativa (c) é}$$

falsa, pois  $|f(x)| < \frac{1}{4}$ ,  $\forall x \in ]0; 1[$

- 6) Para  $n = 1$ ,  $|f(x)| > \frac{1}{2^n} \Leftrightarrow |f(x)| > \frac{1}{2}$  e portanto a

alternativa (d) é falsa pois  $|f(x)| < \frac{1}{4}$

- 7) Provemos, por indução finita, que  $|f(x)| < \frac{1}{2^n}$  para cada  $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\text{a) Para } n = 1, \text{ tem-se } |f(x)| < \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2^n}.$$

b) Admitindo que para  $n = k$  a desigualdade

$$|f(x)| < \frac{1}{2^n} \text{ é verdadeira, provemos que é verdadeira para } n = k + 1, \text{ com } k \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Hipótese: } |f(x)| < \frac{1}{2^k}; \forall x \in ]0; 1[ \text{ e } k \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Tese: } |f(x)| < \frac{1}{2^{k+1}}; \forall x \in ]0; 1[ \text{ e } k \in \mathbb{N}^*$$

**Demonstração:**

$$|f(x)| < \frac{1}{2^k} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{2^k} < f\left(\frac{x}{2}\right) < \frac{1}{2^k} \\ -\frac{1}{2^k} < f\left(\frac{x+1}{2}\right) < \frac{1}{2^k} \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{2^k} < f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x+1}{2}\right) < \frac{2}{2^k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2^{k+1}} < \frac{1}{4} \left( f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x+1}{2}\right) \right) < \frac{1}{2^{k+1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2^{k+1}} < f(x) < \frac{1}{2^{k+1}} \Rightarrow |f(x)| < \frac{1}{2^{k+1}}.$$

Dos itens (a) e (b) tem-se  $|f(x)| < \frac{1}{2^n}$ ; para  $n = 1, 2, 3, \dots$

## 16 d

Considere as funções

$$f(x) = \frac{5 + 7^x}{4}, g(x) = \frac{5 - 7^x}{4} \text{ e } h(x) = \arctg x$$

Se  $a$  é tal que  $h(f(a)) + h(g(a)) = \frac{\pi}{4}$ , então  $f(a) - g(a)$  vale:

- a) 0      b) 1      c)  $\frac{7}{4}$       d)  $\frac{7}{2}$       e) 7

### Resolução

$$\text{Se } f(x) = \frac{5 + 7^x}{4}, g(x) = \frac{5 - 7^x}{4}, h(x) = \arctg(x) \text{ e}$$

$$h(f(a)) + h(g(a)) = \frac{\pi}{4} \text{ então:}$$

$$I) h(f(a)) = \arctg\left(\frac{5 + 7^a}{4}\right) = \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{5 + 7^a}{4}$$

$$II) h(g(a)) = \arctg\left(\frac{5 - 7^a}{4}\right) = \beta \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{5 - 7^a}{4}$$

$$III) \alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 1$$

De (I), (II) e (III) temos:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 1 \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{5 + 7^a}{4} + \frac{5 - 7^a}{4}}{1 - \frac{5 + 7^a}{4} \cdot \frac{5 - 7^a}{4}} = 1 \Leftrightarrow \frac{\frac{10}{4}}{\frac{16 - 25 + 49^a}{16}} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{49^a - 9}{16} \Leftrightarrow 49^a - 9 = 40 \Leftrightarrow 49^a = 49 \Leftrightarrow a = 1.$$

Se  $a = 1$  então:

$$f(a) - g(a) = f(1) - g(1) = \frac{5 + 7}{4} - \frac{5 - 7}{4} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

## 17 d

O conjunto de todos os valores de  $m$  para os quais a função

$$f(x) = \frac{x^2 + (2m + 3)x + (m^2 + 3)}{\sqrt{x^2 + (2m + 1)x + (m^2 + 2)}}$$

está definida e é não-negativa para todo  $x$  real é:

- a)  $\left[\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right]$       b)  $\left[\frac{1}{4}, \infty\right]$       c)  $\left[0, \frac{7}{4}\right]$   
d)  $\left]-\infty, \frac{1}{4}\right]$       e)  $\left[\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right]$

### Resolução

$$f(x) = \frac{x^2 + (2m + 3)x + (m^2 + 3)}{\sqrt{x^2 + (2m + 1)x + (m^2 + 2)}}, \text{ está definida e}$$

é não-negativa para todo  $x$  real se, e somente se:

$$\begin{cases} x^2 + (2m + 3)x + (m^2 + 3) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + (2m + 1)x + (m^2 + 2) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m + 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 + 3) \leq 0 \\ (2m + 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 + 2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12m - 3 \leq 0 \\ 4m - 7 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{4} \\ m < \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$$

## 18 c

A parte imaginária de  $((1 + \cos 2x) + i \sin 2x)^k$ ,  $k$  inteiro positivo,  $x$  real, é

- a)  $2 \cdot \operatorname{sen}^k x \cdot \cos^k x$       b)  $\operatorname{sen}^k x \cdot \cos^k x$   
c)  $2^k \cdot \operatorname{sen} kx \cdot \cos^k x$       d)  $2^k \cdot \operatorname{sen}^k x \cdot \cos^k x$   
e)  $\operatorname{sen} kx \cdot \cos^k x$

### Resolução

$$\begin{aligned} [(1 + \cos(2x)) + i \cdot \operatorname{sen}(2x)]^k &= \\ = [2\cos^2 x + i \cdot 2 \cdot \operatorname{sen} x \cos x]^k &= \\ = [2 \cos x (\cos x + i \cdot \operatorname{sen} x)]^k &= \\ = 2^k \cdot \cos^k x (\cos(kx) + i \cdot \operatorname{sen}(kx)) &= \\ = 2^k \cdot \cos^k x \cdot \cos(kx) + 2^k \cdot \cos^k x \cdot \operatorname{sen}(kx) \cdot i \end{aligned}$$

O coeficiente da parte imaginária do número dado é, pois:

$$2^k \cdot \operatorname{sen}(kx) \cdot \cos^k x$$

## 19 a

O polinômio com coeficientes reais

$$P(x) = x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

tem duas raízes distintas, cada uma delas com multiplicidade 2, e duas de suas raízes são 2 e  $i$ . Então, a soma dos coeficientes é igual a:

- a) -4      b) -6      c) -1      d) 1      e) 4

### Resolução

A partir do enunciado, conclui-se que as 5 raízes do polinômio são: 2 (raiz simples)  
 $i$  (raiz dupla)  
 $-i$  (raiz dupla)

Dessa forma:

$$P(x) = x^5 + a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = \\ = (x-2) \cdot (x-i)^2 \cdot (x+i)^2.$$

A soma dos coeficientes de  $P(x)$ , pode ser obtida, fazendo-se  $x = 1$  no polinômio  $P(x)$ , portanto:

$$P(1) = 1 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = \\ = (1-2) \cdot (1-i)^2 \cdot (1+i)^2 = \\ = (-1) \cdot [(1-i) \cdot (1+i)]^2 = \\ = (-1) \cdot [1-i^2]^2 = \\ = (-1) \cdot 2^2 = -4.$$

## 20 a

Seja  $m \in \mathbb{R}$ ,  $m > 0$ . Considere o sistema

$$\begin{cases} 2x - (\log_4 m)y + 5z = 0 \\ (\log_2 m)x + y - 2z = 0 \\ x + y - (\log_2 m^2)z = 0 \end{cases}$$

O produto dos valores de  $m$  para os quais o sistema admite solução não-trivial é:

- a) 1      b) 2      c) 4      d) 8      e)  $2\log_2 5$

### Resolução

O sistema  $\begin{cases} 2 \cdot x - (\log_4 m) \cdot y + 5 \cdot z = 0 \\ (\log_2 m) \cdot x + y - 2 \cdot z = 0 \\ x + y - (\log_2 m^2) \cdot z = 0 \end{cases}$

admite solução não trivial, quando:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -\log_4 m & 5 \\ \log_2 m & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -\log_2 m^2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 2 & -\frac{\log_2 m}{2} & 5 \\ \log_2 m & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \cdot \log_2 m \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 m)^3 - 2 \cdot \log_2 m + 1 = 0$$

Seja  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , os valores que satisfazem à equação conclui-se, pelas Relações de Girard na equação de 3º grau, que:

$$\log_2 m_1 + \log_2 m_2 + \log_2 m_3 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \log_2 (m_1 \cdot m_2 \cdot m_3) = 0 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 = 1$$

## 21 d

Considere os números de 2 a 6 algarismos distintos formados utilizando-se apenas 1, 2, 4, 5, 7 e 8. Quantos destes números são ímpares e começam com um dígito par?

- a) 375      b) 465      c) 545      d) 585      e) 625

### Resolução

Os números ímpares, que começam com dígito par, que podem ser obtidos com os algarismos 1, 2, 4, 5, 7 e 8 e tem de 2 a 6 algarismos distintos são, ao todo,  $9 + 36 + 108 + 216 + 216 = 585$  pois:

$$\boxed{P} \boxed{I} \Rightarrow 3 \cdot 3 = 9$$

$$\boxed{P} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{I} \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$$

$$\boxed{P} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{I} \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 108$$

$$\boxed{P} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{I} \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 216$$

$$\boxed{P} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{I} \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 216$$

## 22 c

Sendo dado

$$\ln (2\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{8} \dots \sqrt[n]{2n}) = a_n \text{ e}$$

$$\ln (\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4} \dots \sqrt[2n]{2n}) = b_n$$

então,

$$\frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} - \frac{\ln 5}{5} + \dots + \frac{\ln 2n}{2n}$$

é igual a:

- a)  $a_n - 2b_n$       b)  $2a_n - b_n$       c)  $a_n - b_n$   
d)  $b_n - a_n$       e)  $a_n + b_n$

### Resolução

$$(I) a_n = \ln (2 \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{8} \dots \sqrt[n]{2n}) = \\ = \ln 2 + \ln \sqrt[4]{4} + \ln \sqrt[3]{6} + \dots + \ln \sqrt[n]{2n} = \\ = \ln 2 + \frac{\ln 4}{2} + \frac{\ln 6}{3} + \dots + \frac{\ln (2n)}{n}$$

$$(II) b_n = \ln (\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4} \dots \sqrt[2n]{2n}) = \\ = \ln \sqrt{2} + \ln \sqrt[3]{3} + \ln \sqrt[4]{4} + \dots + \ln \sqrt[2n]{2n} = \\ = \frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} + \dots + \frac{\ln (2n)}{2n}$$

De (I) e (II) temos:

$$a_n - b_n = \left( \ln 2 + \frac{\ln 4}{2} + \frac{\ln 6}{3} + \dots + \frac{\ln (2n)}{n} \right) -$$



$$-\left(\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} + \dots + \frac{\ln(2n)}{2n}\right) =$$

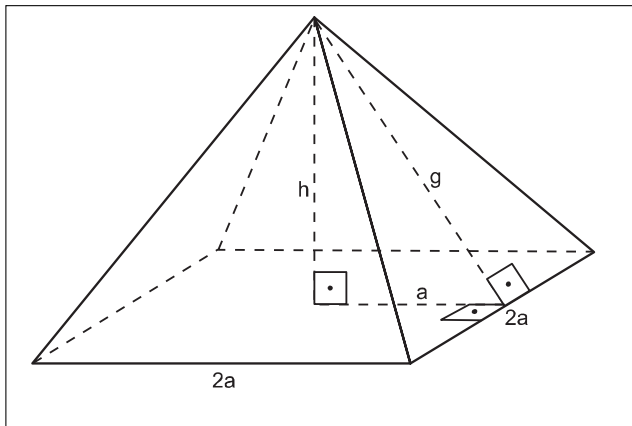
$$= \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} - \frac{\ln 5}{5} + \dots + \frac{\ln(2n)}{2n}$$

### 23 c

A razão entre a área da base de uma pirâmide regular de base quadrada e a área de uma das faces é 2. Sabendo que o volume da pirâmide é de  $12\text{m}^3$ , temos que a altura da pirâmide mede (em metros):

- a) 1   b) 2   c) 3   d) 4   e) 5

#### Resolução



Sendo  $h$ ,  $g$  e  $a$ , respectivamente, as medidas, em metros, da altura, do apótema da base lateral e do apótema da base da pirâmide tem-se:

$$1^{\circ}) \frac{(2a)^2}{\frac{2a \cdot g}{2}} = 2 \Leftrightarrow g = 2a$$

$$2^{\circ}) h^2 + a^2 = g^2 \Leftrightarrow h^2 + a^2 = (2a)^2 \Leftrightarrow h^2 = 3a^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{h^2}{3}$$

$$3^{\circ}) \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot h = 12 \Leftrightarrow a^2 h = 9$$

$$\text{Assim: } \frac{h^2}{3} \cdot h = 9 \Leftrightarrow h^3 = 27 \Leftrightarrow h = 3$$

### 24 c

Num trapézio retângulo circuncritível, a soma dos dois lados paralelos é igual a 18 cm e a diferença dos dois outros lados é igual a 2 cm. Se  $r$  é o raio da circunferência inscrita e  $a$  é o comprimento do menor lado do trapézio, então a soma  $a + r$  (em cm) é igual a:

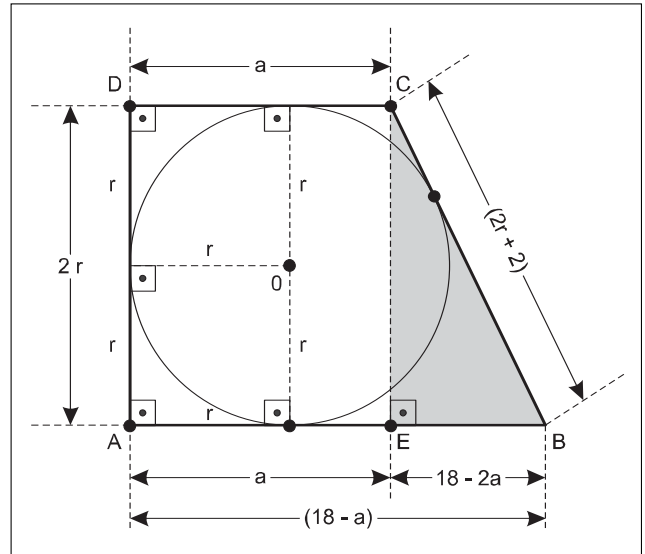
- a) 12   b) 11   c) 10   d) 9   e) 8

#### Resolução

Num trapézio retângulo circuncritível, o menor dos quatro lados é sempre a sua base menor.

Seja, então o trapézio retângulo ABCD circuncritível

da figura seguinte, onde a base menor  $\overline{CD}$  tem  $a$  centímetros e o raio da circunferência inscrita mede  $r$  centímetros.



Como, o quadrilátero ABCD é circuncritível, tem-se:

$$AD + BC = AB + CD \Leftrightarrow 2r + (2r + 2) = 18 \Leftrightarrow r = 4$$

Por outro lado, no triângulo retângulo EBC, de acordo com o teorema de Pitágoras tem-se:

$$(EB)^2 + (EC)^2 = (CB)^2 \Leftrightarrow (18 - 2a)^2 + (2r)^2 = (2r + 2)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (9 - a)^2 + r^2 = (r + 1)^2 \Leftrightarrow (9 - a)^2 = 2r + 1$$

$$\text{Assim: } (9 - a)^2 = 2 \cdot 4 + 1 \Leftrightarrow 9 - a = 3 \Leftrightarrow a = 6$$

$$\text{Logo: } a + r = 6 + 4 = 10$$

### 25 d

O coeficiente angular da reta tangente à elipse

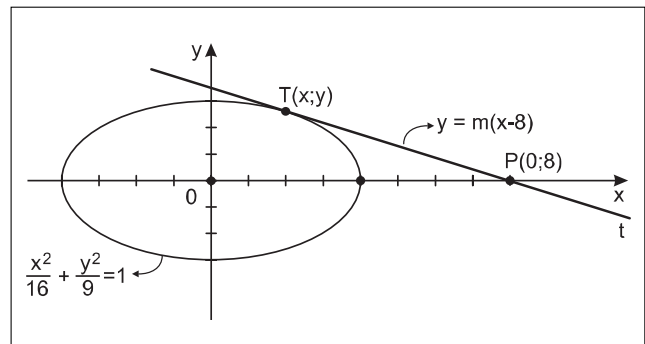
$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

no primeiro quadrante e que corta o eixo das abscissas no ponto  $P = (8, 0)$  é:

a)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$    b)  $-\frac{1}{2}$    c)  $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

d)  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$    e)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

#### Resolução



Para que a reta  $t$ , de equação  $y = m \cdot (x - 8)$  com  $m < 0$ ,

seja tangente à elipse de equação  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

num ponto  $T(x;y)$  do primeiro quadrante é necessário e suficiente, que o sistema:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = m(x - 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 + 16y^2 = 144 \\ y^2 = m^2(x - 8)^2 \end{cases}$$

tenha uma única solução.

Assim, a equação do 2º grau em  $x$ :

$$9x^2 + 16m^2(x - 8)^2 = 144 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (9 + 16m^2)x^2 - 256m^2x + (1024m^2 - 144) = 0 \text{ deve ser tal que } \Delta = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-256m^2)^2 - 4(9 + 16m^2)(1024m^2 - 144) = 0 \Leftrightarrow$$

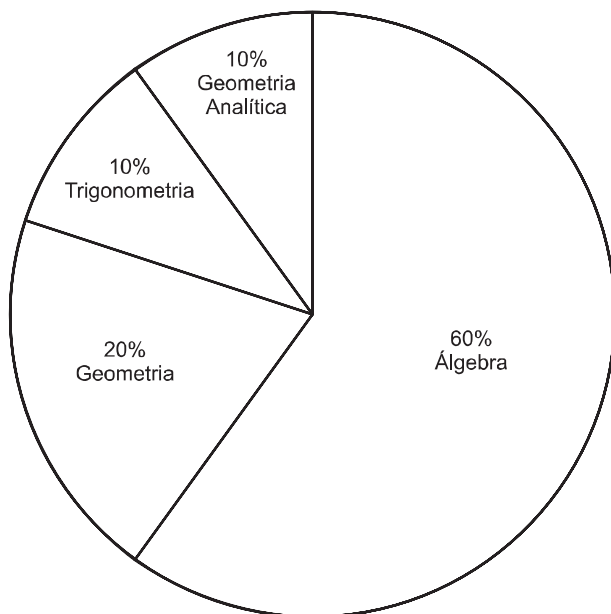
$$\Leftrightarrow 27648m^2 = 5184 \Leftrightarrow 16m^2 = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m^2 = \frac{3}{16} \Leftrightarrow m = -\sqrt{\frac{3}{16}} \Leftrightarrow m = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

### COMENTÁRIO DE MATEMÁTICA

Como costumeiramente ocorre, a prova de Matemática do ITA exige do vestibulando um alto nível de conhecimento da matéria e concentração para as resoluções das várias questões trabalhosas.

A distribuição por assuntos é a tradicional. Com linguagem rigorosa, enunciados corretos e coerente com o conteúdo programático. As questões propostas foram de nível médio a difícil e seletivas, como se esperava.



# QUÍMICA

## CONSTANTES

Constante de Avogadro	=	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F)	=	$9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal	=	22,4L (CNTP)
Carga elementar	=	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R)	=	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $62,4 \text{ mmHg L K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $1,98 \text{ cal mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

## DEFINIÇÕES

**Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):** 0°C e 760 mmHg.

**Condições ambientes:** 25°C e 1 atm.

**Condições padrão:** 25°C, 1 atm, concentrações das soluções 1 mol/L (rigorosamente: atividade unitária das espécies), sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) ou (c) = sólido cristalino; (l) = líquido; (g) = gás; (aq) = aquoso; (CM) = Circuito Metálico.

## MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g/mol)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g/mol)
H	1	1,01	K	19	39,10
B	5	10,81	Ca	20	40,08
C	6	12,01	Cr	24	52,00
N	7	14,01	Fe	26	55,85
O	8	16,00	Ni	28	58,69
F	9	19,00	Cu	29	63,54
Na	11	22,99	Br	35	79,91
Mg	12	24,31	Ag	47	107,87
Al	13	26,98	Sn	50	118,71
P	15	30,97	Xe	54	131,29
S	16	32,06	Ba	56	137,33
Cl	17	35,45			

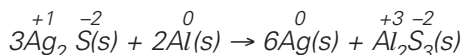
**1 a**

Uma camada escura é formada sobre objetos de prata expostos a uma atmosfera poluída contendo compostos de enxofre. Esta camada pode ser removida quimicamente envolvendo os objetos em questão com uma folha de alumínio. A equação química que melhor representa a reação que ocorre neste caso é

- a)  $3\text{Ag}_2\text{S(s)} + 2\text{Al(s)} \rightarrow 6\text{Ag(s)} + \text{Al}_2\text{S}_3\text{(s)}$   
 b)  $3\text{Ag}_2\text{O(s)} + 2\text{Al(s)} \rightarrow 6\text{Ag(s)} + \text{Al}_2\text{O}_3\text{(s)}$   
 c)  $3\text{AgH(s)} + \text{Al(s)} \rightarrow 3\text{Ag(s)} + \text{AlH}_3\text{(s)}$   
 d)  $3\text{Ag}_2\text{SO}_4\text{(s)} + 2\text{Al(s)} \rightarrow 6\text{Ag(s)} + \text{Al}_2\text{S}_3\text{(s)} + 6\text{O}_2\text{(g)}$   
 e)  $3\text{Ag}_2\text{SO}_3\text{(s)} + 2\text{Al(s)} \rightarrow 6\text{Ag(s)} + \text{Al}_2\text{S}_3\text{(s)} + 9/2\text{O}_2\text{(g)}$

**Resolução**

Objetos de prata, expostos à atmosfera poluída contendo enxofre, formam sulfeto de prata,  $\text{Ag}_2\text{S}$ , que pode ser removido com Al segundo a equação de oxidor-redução:

**2 a**

A 25°C, adiciona-se 1,0 mL de uma solução aquosa 0,10 mol/L em HCl a 100 mL de uma solução aquosa 1,0 mol/L em HCl. O pH da mistura final é

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) 4

**Resolução**

Cálculo da concentração em mol/L de íons  $\text{H}^+$  na mistura.

$$M_1V_1 + M_2V_2 = M_fV_f$$

$$0,10\text{mol/L} \cdot 1,0\text{mL} + 1,0\text{mol/L} \cdot 100\text{mL} = M_f \cdot 101\text{mL}$$

$$100,1\text{mol/L} \cdot \text{mL} = M_f \cdot 101\text{mL}$$

$$M_f = 0,99\text{mol/L} \approx 1,0\text{mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -\log 1,0$$

$$\text{pH} = 0$$

**3 e**

Assinale a opção relativa aos números de oxidação **CORRETOS** do átomo de cloro nos compostos  $\text{KClO}_2$ ,  $\text{Ca(ClO)}_2$ ,  $\text{Mg(ClO}_3)_2$  e  $\text{Ba(ClO}_4)_2$ , respectivamente.

- a) -1, -1, -1 e -1      b) +3, +1, +2 e +3  
 c) +3, +2, +4 e +6      d) +3, +1, +5 e +6  
 e) +3, +1, +5 e +7

**Resolução**

+1	x	-2	$+1 + x - 4 = 0$ $x = +3$
K	Cl	$\text{O}_2$	
+1	x	-4	

+2	x	-2	$+2 + 2x - 4 = 0$ $x = +1$
Ca	(ClO)	$\text{O}_2$	
+2	2x	-4	

+2	x	-2	$+2 + 2x - 12 = 0$ $x = +5$
Mg	(ClO <sub>3</sub> )	$\text{O}_2$	
+2	2x	-12	

+2	x	-2	$+2 + 2x - 16 = 0$ $x = +7$
Ba	(ClO <sub>4</sub> )	$\text{O}_2$	
+2	2x	-16	

**4 d**

Um copo aberto, exposto à atmosfera, contém água sólida em contato com água líquida em equilíbrio termodinâmico. A temperatura e pressão ambientes são mantidas constantes e iguais, respectivamente, a 25°C e 1 atm. Com o decorrer do tempo, e enquanto as duas fases estiverem presentes, é **ERRADO** afirmar que

- a) a temperatura do conteúdo do copo permanecerá constante e igual a aproximadamente 0°C.  
 b) a massa da fase sólida diminuirá.  
 c) a pressão de vapor da fase líquida permanecerá constante.  
 d) a concentração (mol/L) de água na fase líquida será igual à da fase sólida.  
 e) a massa do conteúdo do copo diminuirá.

**Resolução****a) Correta**

O sistema mostra a mudança de estado físico da água pura, portanto o ponto de fusão permanece constante até o derretimento total da água sólida (0°C).

**b) Correta**

A massa da fase sólida diminuirá porque a temperatura ambiente (25°C) é maior que 0°C.

**c) Correta**

A pressão de vapor da fase líquida permanecerá constante, pois a temperatura do sistema é constante (0°C).

**d) Errada**

A relação quantidade de matéria por volume será diferente, pois o volume ocupado pela fase líquida é menor em relação à fase sólida, para uma mesma massa.

**e) Correta**

A massa do copo diminuirá devido à evaporação da água, pois é um sistema aberto.

**5 a**

Considere as afirmações abaixo relativas à concentração (mol/L) das espécies químicas presentes no ponto de equivalência da titulação de um ácido forte (do tipo HA) com uma base forte (do tipo BOH):

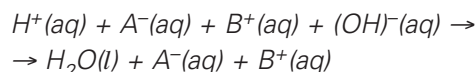
- I. A concentração do ânion  $A^-$  é igual à concentração do cátion  $B^+$ .
- II. A concentração do cátion  $H^+$  é igual à constante de dissociação do ácido HA.
- III. A concentração do cátion  $H^+$  consumido é igual à concentração inicial do ácido HA.
- IV. A concentração do cátion  $H^+$  é igual à concentração do ânion  $A^-$ .
- V. A concentração do cátion  $H^+$  é igual à concentração do cátion  $B^+$ .

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**

- a) apenas I e III.
- b) apenas I e V.
- c) apenas I, II e IV.
- d) apenas II, IV e V.
- e) apenas III, IV e V.

**Resolução**

No ponto de equivalência de um ácido forte (HA) e uma base forte BOH temos:

**I. Correta**

A concentração de  $A^-(mol/L)$  é igual à concentração de  $B^+(mol/L)$ .

**II. Errada**

A concentração de  $H^+$  é baixa (igual a  $1 \cdot 10^{-7} mol/L$  a  $25^\circ C$ ), enquanto a constante de dissociação ( $K_a$ ) é elevada, pois o ácido é forte, logo está muito dissociado.

**III. Correta**

Como todo  $H^+(aq)$  é consumido, ele corresponde à concentração inicial do ácido.

**IV. Errada**

A concentração de  $H^+$  no ponto de equivalência é baixa ( $1 \cdot 10^{-7} mol/L$  a  $25^\circ C$ ) e, portanto, menor que a concentração do ânion  $A^-$ .

**V. Errada**

A concentração de  $H^+$  é menor que a concentração de  $B^+$ .

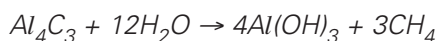
**6 d**

Quando carbeto de alumínio ( $Al_4C_3$ ) é adicionado em um béquer contendo água líquida a  $25^\circ C$ , ocorre a formação de hidróxido de alumínio e a liberação de um gás. O gás formado é o

- a)  $H_2$
- b)  $CO$
- c)  $CO_2$
- d)  $CH_4$
- e)  $C_2H_2$

**Resolução**

A reação química do processo é representada pela seguinte equação química:



O gás formado é o  $CH_4$  (metano).

**7 b**

Considere as seguintes afirmações relativas a reações químicas ocorrendo sob as mesmas temperatura e pressão e mantidas constantes.

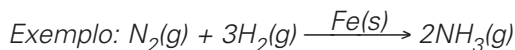
- I. Uma reação química realizada com a adição de um catalisador é denominada heterogênea se existir uma superfície de contato visível entre os reagentes e o catalisador.
- II. A ordem de qualquer reação química em relação à concentração do catalisador é igual a zero.
- III. A constante de equilíbrio de uma reação química realizada com a adição de um catalisador tem valor numérico maior do que o da reação não catalisada.
- IV. A lei de velocidade de uma reação química realizada com a adição de um catalisador, mantidas constantes as concentrações dos demais reagentes, é igual àquela da mesma reação não catalisada.
- V. Um dos produtos de uma reação química pode ser o catalisador desta mesma reação.

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**

- a) apenas I e III.
- b) apenas I e V.
- c) apenas I, II e IV.
- d) apenas II, IV e V.
- e) apenas III, IV e V.

**Resolução****I. Correta**

Catálise heterogênea ocorre quando temos uma superfície de contato visível entre os reagentes e o catalisador, isto é, os reagentes, os produtos e o catalisador estão em fases diferentes.

**II. Falsa**

A ordem de uma reação química em relação à concentração do catalisador pode ser diferente de zero. Por exemplo, na reação de esterificação a velocidade da reação é diretamente proporcional à concentração do  $H^+(aq)$ , que funciona como catalisador.

**III. Falsa**

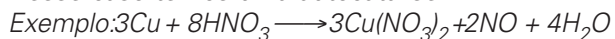
A constante de equilíbrio não muda com a adição do catalisador.

**IV. Falsa**

A lei da velocidade de uma reação realizada com a adição de um catalisador é diferente da mesma reação não catalisada, pois contém a concentração do catalisador.

**V. Correta**

Nesse caso temos uma autocatálise.



**8 C**

Em um béquer, contendo uma solução aquosa 1,00 mol/L em nitrato de prata, foi adicionada uma solução aquosa contendo um sal de cloreto ( $M_yCl_x$ ). A mistura resultante foi agitada, filtrada e secada, gerando 71,7 gramas de precipitado. Considerando que não tenha restado cloreto no líquido sobrenadante, o número de mols de íons  $M^{x+}$  adicionado à mistura, em função de  $x$  e  $y$ , é

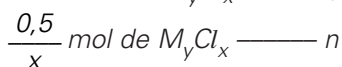
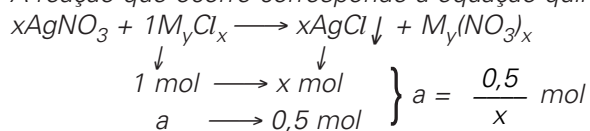
- a)  $x/y$    b)  $2x/y$    c)  $y/2x$    d)  $2y/x$    e)  $x^2/y$

**Resolução**

Quantidade de matéria de  $AgCl$ :

$$n = \frac{71,7g}{143,32g/mol} = 0,50 \text{ mol}$$

A reação que ocorre corresponde à equação química:



$$n_{M^{x+}} = \frac{0,5}{x} \cdot y \text{ mol}$$

$$n = \frac{y}{2x}$$

**9 a**

Considere as afirmações abaixo relativas a hidrocarbonetos normais e saturados na temperatura de 25°C e pressão de 1 atm:

- I. O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 1 a 4 átomos de carbono é o gasoso.
- II. O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 5 a 12 átomos de carbono é o líquido.
- III. O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 25 a 50 átomos é o sólido cristalino.
- IV. Hidrocarbonetos contendo de 25 a 50 átomos de carbono são classificados como parafina.
- V. Hidrocarbonetos contendo de 1000 a 3000 átomos de carbono são classificados como polietileno.

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**

- a) apenas I, II, IV e V.   b) apenas I, II e V.  
c) apenas III, IV e V.   d) apenas IV e V.  
e) todas.

**Resolução**

Hidrocarbonetos normais e saturados correspondem à classe dos alcanos.

- I. Correta  
II. Correta  
III. Falsa

O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 25 a 50 átomos é o sólido, porém não cris-

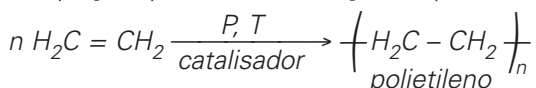
talino. O estado sólido das parafinas é amorfo, ceroso. "Por isso as substâncias orgânicas, em geral, se apresentam líquidas ou gasosas em temperatura ambiente. Mesmo quando no estado sólido é comum as substâncias orgânicas se apresentarem no **estado amorfo**, como é o caso da **parafina** (parafina é uma mistura de moléculas de alcanos de massas moleculares elevadas)."

(FELTRE, R. Química. Vol. 3. Química Orgânica. 4ª ed. São Paulo, Moderna, 1997. p. 84)

IV. Correta

V. Correta

A equação química na formação do polietileno é:

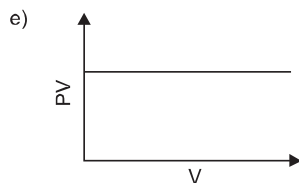
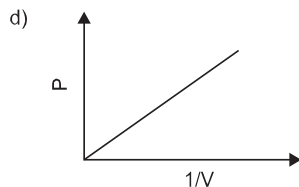
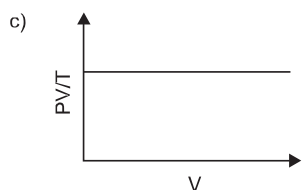
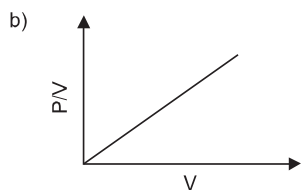
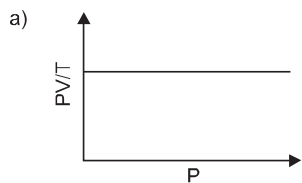


O valor de  $n$  pode variar entre 1000 a 3000 átomos de carbono.

**10 sem resposta**

Um cilindro provido de um pistão móvel, sem atrito, contém um gás ideal. Qual dos gráficos abaixo representa, qualitativamente, o comportamento **CORRETO** do sistema quando a pressão (P) e/ou o volume (V) são modificados, sendo mantida constante a temperatura (T)?





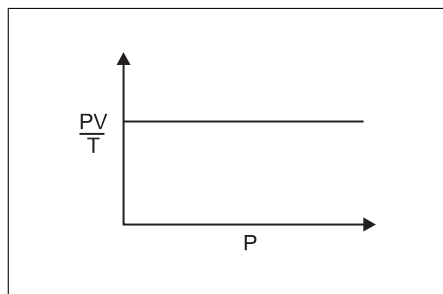
### Resolução

De acordo com a lei de Boyle (transformação mantida a temperatura constante), o produto  $PV$  é constante.

$$PV = K$$

a) Correta

$$\frac{PV}{T} = K_1$$

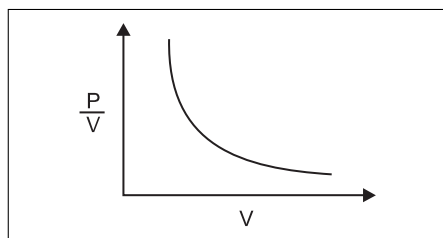


b) Errada

$$PV = K$$

$$P = \frac{K}{V}$$

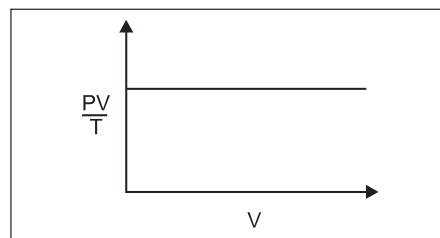
$$\frac{P}{V} = \frac{K}{V^2}$$



A curva é uma hipérbole não eqüilátera.

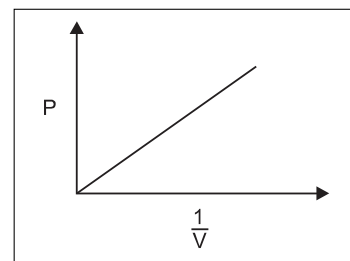
c) Correta

$$\frac{PV}{T} = K_1$$



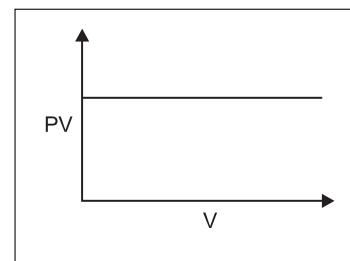
d) Correta

$$PV = K \therefore P = \frac{K}{V}$$



e) Correta

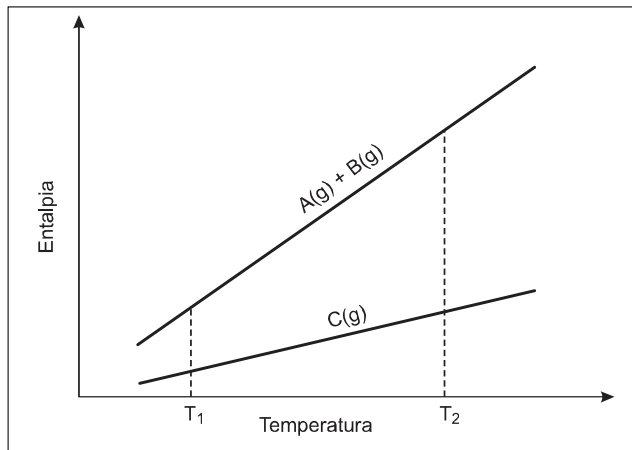
$$PV = K$$



**Nota:** Provavelmente houve um equívoco no enunciado. Deveria ser perguntado qual o comportamento **incorreto** do sistema.

### 11 c

A figura abaixo mostra como a entalpia dos reagentes e dos produtos de uma reação química do tipo  $A(g) + B(g) \rightarrow C(g)$  varia com a temperatura.



Levando em consideração as informações fornecidas nesta figura, e sabendo que a variação de entalpia ( $\Delta H$ ) é igual ao calor trocado pelo sistema à pressão constante, é **ERRADO** afirmar que

a) na temperatura  $T_1$  a reação ocorre com liberação de calor.

- b) na temperatura  $T_1$ , a capacidade calorífica dos reagentes é maior que a dos produtos.  
 c) no intervalo de temperatura compreendido entre  $T_1$  e  $T_2$ , a reação ocorre com absorção de calor ( $\Delta H > \text{zero}$ ).  
 d) o  $\Delta H$ , em módulo, da reação aumenta com o aumento de temperatura.  
 e) tanto a capacidade calorífica dos reagentes como a dos produtos aumentam com o aumento da temperatura.

### Resolução

#### a) Correto

Na temperatura  $T_1$ , a reação ocorre com liberação de calor, pois a entalpia dos reagentes é maior que a dos produtos.

$$\Delta H = H_p - H_R < 0$$

#### b) Correto

Quanto maior a capacidade calorífica maior a energia necessária para elevar de  $1^\circ\text{C}$  a temperatura. Para a mesma variação de temperatura ( $T_1 \rightarrow T_2$ ) é necessária mais energia no caso dos reagentes (vide gráfico). Portanto, os reagentes têm maior capacidade calorífica que os produtos.

#### c) Errado

No intervalo de temperatura compreendido entre  $T_1$  e  $T_2$ , a reação ocorre com liberação de calor, pois  $H_p < H_R$ .

#### d) Correto

O  $\Delta H$ , em módulo, da reação aumenta com o aumento de temperatura (vide gráfico).

#### e) Correto

Rigorosamente a capacidade calorífica dos gases aumenta com a temperatura.

Baseando-se no gráfico, como as variações são lineares, conclui-se que nesse intervalo as capacidades caloríficas são constantes. E agora, Banca Examinadora?

## 12 e

Considere as seguintes afirmações:

- O nível de energia de um átomo, cujo número quântico principal é igual a 4, pode ter, no máximo, 32 elétrons.
- A configuração eletrônica  $1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2$  representa um estado excitado do átomo de oxigênio.
- O estado fundamental do átomo de fósforo contém três elétrons desemparelhados.
- O átomo de nitrogênio apresenta o primeiro potencial de ionização menor que o átomo de flúor.
- A energia necessária para excitar um elétron do estado fundamental do átomo de hidrogênio para o orbital 3s é igual àquela necessária para excitar este mesmo elétron para o orbital 3d.

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**

- a) apenas I, II e III.      b) apenas I, II e V.

c) apenas III e IV.

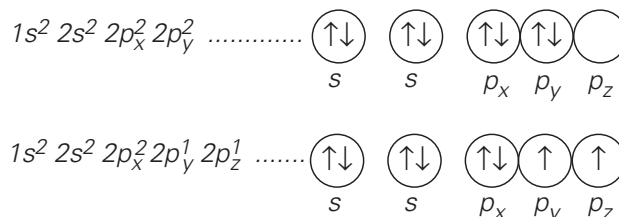
d) apenas III, IV e V.

e) todas.

### Resolução

I) O número máximo de elétrons em um nível de energia é dado pela equação  $x = 2n^2$  então, temos:  
 $n = 4 \Rightarrow x = 2 \cdot (4)^2 = 32$

II) A distribuição eletrônica  $1s^2 2s^2 2p_x^2 2p_y^2$  desobedece à regra de Hund.

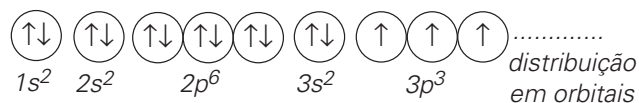


Conclui-se que a configuração eletrônica fornecida no item é mais energética (estado excitado) pois, desobedecendo à regra de Hund, os elétrons não estão distribuídos com a menor quantidade de energia possível.

III) Utilizando a tabela fornecida no início da prova, o número atômico do fósforo é igual a 15.

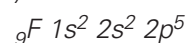
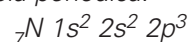
Então, teremos:

$^{15}\text{P } 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$  ..... configuração eletrônica



Note que o fósforo possui 3 elétrons desemparelhados no terceiro nível de energia.

IV) A energia de ionização é a energia necessária para retirar o elétron mais fracamente atraído pelo núcleo. O nitrogênio e o flúor estão no mesmo período da tabela periódica:



mas o flúor apresenta maior carga nuclear, portanto, menor raio atômico, conclui-se então que a energia de ionização do flúor é maior.

V) Para os átomos com número atômico maior que do hidrogênio ( $Z = 1$ ), existe a divisão de níveis em subníveis, o que não ocorre no hidrogênio, portanto, a energia para excitar o elétron do átomo de hidrogênio a partir do seu estado fundamental para o 3s ou 3d é a mesma.

## 13 d

Sulfato de cobre sólido penta-hidratado ( $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O(c)}$ ) é colocado em um recipiente fechado, de volume constante, previamente evacuado, provido de um medidor de pressão e de um dispositivo de entrada/saída para reagentes. A  $25^\circ\text{C}$  é estabele-

cido, dentro do recipiente, o equilíbrio representado pela equação química:



Quando o equilíbrio é atingido, a pressão dentro do recipiente é igual a 7,6 mmHg. A seguir, a pressão de vapor da água é aumentada para 12 mmHg e um novo equilíbrio é restabelecido na mesma temperatura. A respeito do efeito de aumento da pressão de vapor da água sobre o equilíbrio de dissociação do  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}(\text{c})$ , qual das opções seguintes contém a afirmação **ERRADA**?

- a) O valor da constante de equilíbrio  $K_p$  é igual a  $1,0 \times 10^{-4}$ .
- b) A quantidade de água na fase gasosa permanece praticamente inalterada.
- c) A concentração (em mol/L) de água na fase  $\text{CuSO}_4 \cdot 3\text{H}_2\text{O}(\text{c})$  permanece inalterada.
- d) A concentração (em mol/L) de água na fase sólida total permanece inalterada.
- e) A massa total do conteúdo do recipiente aumenta.

#### Resolução

Alternativa **a** correta

A expressão da constante de equilíbrio é:

$$K_p = p_{\text{H}_2\text{O}}^2$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = 7,6 \text{ mmHg} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ atm}$$

$$K_p = (1,0 \cdot 10^{-2})^2$$

$$K_p = 1,0 \cdot 10^{-4}$$

Alternativa **b** correta

A quantidade de água na fase gasosa permanece praticamente inalterada para manter o valor fixo de  $K_p$  ( $1,0 \cdot 10^{-4}$ ), pois a temperatura não se alterou.

Alternativa **c** correta

A concentração (em mol/L) de água na fase  $\text{CuSO}_4 \cdot 3\text{H}_2\text{O}(\text{c})$  permanece inalterada, pois a proporção entre as concentrações de  $\text{CuSO}_4$  e  $\text{H}_2\text{O}$  no composto é constante.

Alternativa **d** errada

A concentração (em mol/L) de água na fase sólida total aumenta, pois o equilíbrio é deslocado no sentido do reagente, que apresenta maior concentração de água na fase sólida.

Alternativa **e** correta

A massa total do conteúdo do recipiente aumenta, pois se adicionou vapor d'água ao sistema.

## 14 b

Uma célula eletrolítica foi construída utilizando-se 200 mL de uma solução aquosa 1,0 mol/L em NaCl com pH igual a 7 a 25°C, duas chapas de platina de mesmas dimensões e uma fonte estabilizada de corrente elétrica. Antes de iniciar a eletrólise, a temperatura da solução foi aumentada e mantida num valor constante igual a 60°C. Nesta temperatura, foi permitido que

corrente elétrica fluísse pelo circuito elétrico num certo intervalo de tempo. Decorrido esse intervalo de tempo, o pH da solução, ainda a 60°C, foi medido novamente e um valor igual a 7 foi encontrado. Levando em consideração os fatos mencionados neste enunciado e sabendo que o valor numérico da constante de dissociação da água ( $K_w$ ) para a temperatura de 60°C é igual a  $9,6 \times 10^{-14}$ , é **CORRETO** afirmar que

- a) o caráter ácido-base da solução eletrolítica após a eletrólise é neutro.
- b) o caráter ácido-base da solução eletrolítica após a eletrólise é alcalino.
- c) a reação anódica predominante é aquela representada pela meia-equação:  

$$4\text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{e}^-(\text{CM}).$$
- d) a reação catódica, durante a eletrólise, é aquela representada pela meia-equação:  

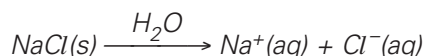
$$\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^-(\text{CM}) \rightarrow 2\text{Cl}^-(\text{aq}).$$
- e) a reação anódica, durante a eletrólise, é aquela representada pela meia-equação:  

$$\text{H}_2(\text{g}) + 2\text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^-(\text{CM}).$$

#### Resolução

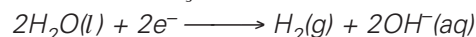
A eletrólise é a decomposição de uma substância através do uso da corrente contínua. A eletrólise de solução aquosa de NaCl pode ser descrita nas seguintes etapas:

I) Dissociação iônica do NaCl



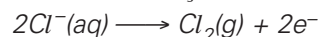
II) As semi-reações:

a) Catódica (redução)



**Obs.:** A molécula de água tem tendência maior para sofrer redução que os íons  $\text{Na}^+$ .

b) Anódica (oxidação)



**Obs.:** Os íons cloreto tem uma tendência maior para sofrer oxidação que a molécula de água.

III) Equação global a partir da soma das semi-reações:  

$$2\text{NaCl}(\text{s}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{Na}^+ + 2\text{OH}^-(\text{aq})$$

Conclui-se então que a solução final tem caráter básico.

A basicidade da solução pode ser demonstrada através do seguinte cálculo:

I) a 60°C:  $K_w = [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 9,6 \times 10^{-14} \approx 10 \cdot 10^{-14} = 10^{-13}$   
 para soluções neutras:  $[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] \approx 10^{-6,5} \text{ mol/L}$

II) Cálculo do pH em meio neutro:

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] = -\log 10^{-6,5} = 6,5$$

Conclui-se então que a solução com pH = 7, a

60°C, é básica.

### 15 b

Um litro de uma solução aquosa contém 0,30 mol de íons  $\text{Na}^+$ , 0,28 mol de íons  $\text{Cl}^-$ , 0,10 mol de íons  $\text{SO}_4^{2-}$  e

$x$  mols de íons  $\text{Fe}^{3+}$ . A concentração de íons  $\text{Fe}^{3+}$  (em mol/L) presentes nesta solução é

- a) 0,03    b) 0,06    c) 0,08    d) 0,18    e) 0,26

#### Resolução

Cálculo da concentração de íons  $\text{Fe}^{3+}$  (em mol/L):

A solução é eletricamente neutra, isto é, a soma de todas as cargas é zero.

$$\left( + \underbrace{0,30}_{\text{Na}^+} - \underbrace{0,28}_{\text{Cl}^-} - \underbrace{0,20}_{\text{SO}_4^{2-}} + \underbrace{3x}_{\text{Fe}^{3+}} \right) \text{mol} = 0$$

$$x = 0,06 \text{ mol}$$

A concentração de íons  $\text{Fe}^{3+}$  presentes nesta solução é: 0,06 mol/L.

### 16 c

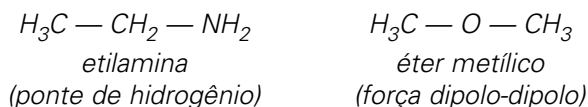
Assinale a alternativa **ERRADA** relativa à comparação do ponto de ebulição de algumas substâncias orgânicas.

- a) A etilamina tem ponto de ebulição maior que o do éter metílico.  
b) O n-butanol tem ponto de ebulição maior que o do n-pentano.  
c) O éter metílico tem ponto de ebulição maior que o do etanol.  
d) O etanol tem ponto de ebulição maior que o do etanal.  
e) O butanol tem ponto de ebulição maior que o do éter etílico.

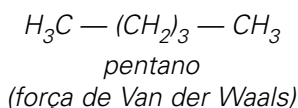
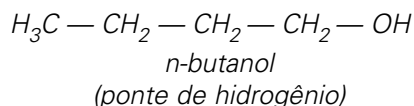
#### Resolução

Como as massas molares dos pares de compostos têm valores próximos podemos afirmar:

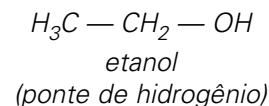
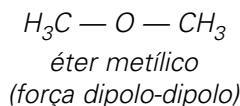
Alternativa **a** correta



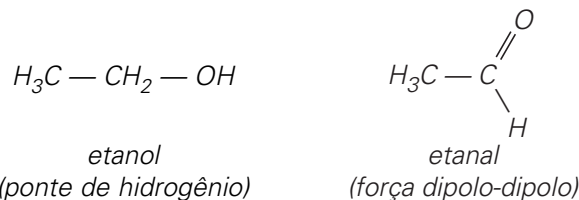
Alternativa **b** correta



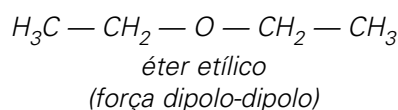
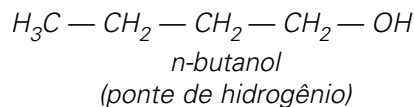
Alternativa **c** errada



Alternativa **d** correta



Alternativa **e** correta



### 17 b

Uma determinada substância apresenta as seguintes propriedades físico-químicas:

- I. O estado físico mais estável a 25°C e 1 atm é o sólido.  
II. No estado sólido apresenta estrutura cristalina.  
III. A condutividade elétrica é praticamente nula no estado físico mais estável a 25°C e 1 atm.  
IV. A condutividade elétrica é alta no estado líquido.  
A alternativa relativa à substância que apresenta **todas** as propriedades acima é a  
a) poliacetileno.    b) brometo de sódio.  
c) iodo.    d) silício.  
e) grafita.

#### Resolução

O brometo de sódio (sal) é um composto iônico. É sólido a 25°C e 1 atm. Apresenta estrutura cristalina. A condutividade elétrica é praticamente nula, pois os íons encontram-se presos na estrutura do cristal e quando fundido conduz corrente elétrica, pois são liberados os íons responsáveis pela condutividade.

### 18 d

A calcinação de 1,42g de uma mistura sólida constituída de  $\text{CaCO}_3$  e  $\text{MgCO}_3$  produziu um resíduo sólido que pesou 0,76g e um gás. Com estas informações, qual das opções a seguir é a relativa à afirmação **CORRETA**?

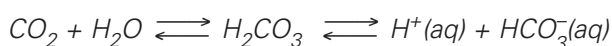
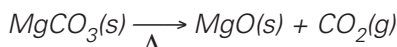
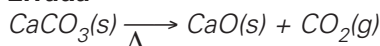
- a) Borbulhando o gás liberado nesta calcinação em água destilada contendo fenolftaleína, com o passar do tempo a solução irá adquirir uma coloração rósea.  
b) A coloração de uma solução aquosa, contendo fenolftaleína, em contato com o resíduo sólido é

incolor.

- c) O volume ocupado pelo gás liberado devido à calcinação da mistura, nas CNTP, é de 0,37L.  
 d) A composição da mistura sólida inicial é 70%(m/m) de  $\text{CaCO}_3$  e 30 %(m/m) de  $\text{MgCO}_3$ .  
 e) O resíduo sólido é constituído pelos carbetos de cálcio e magnésio.

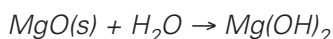
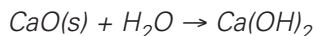
#### Resolução

a) **Errada**



Em meio ácido, a fenolftaleína é incolor.

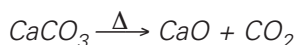
b) **Errada**



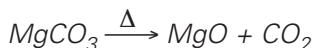
Em soluções básicas, a fenolftaleína é rósea.

d) **Correta**

Cálculo das massas de  $\text{CaCO}_3(x)$  e  $\text{MgCO}_3(y)$



$$\left. \begin{array}{l} 100,09g \\ x \end{array} \right\} \begin{array}{l} 56,08g \\ m_1 \end{array} \quad m_1 = 0,56x$$



$$\left. \begin{array}{l} 84,32g \\ y \end{array} \right\} \begin{array}{l} 40,31g \\ m_2 \end{array} \quad m_2 = 0,48y$$

$$\text{Sabendo-se que: } x + y = 1,42g \therefore y = 1,42 - x$$

$$m_1 + m_2 = 0,76g \therefore 0,56x + 0,48y = 0,76$$

$$0,56x + 0,48(1,42 - x) = 0,76$$

$$0,56x + 0,68 - 0,48x = 0,76$$

$$0,08x = 0,08 \therefore x = 1g$$

$$y = 0,42g$$

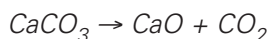
Cálculo da composição da mistura

$$\left. \begin{array}{l} \text{CaCO}_3: 1,42g \\ 1g \end{array} \right\} \begin{array}{l} 100\% \\ p_1 \end{array} \quad p_1 = 70,4\% \approx 70\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{MgCO}_3: 1,42g \\ 0,42g \end{array} \right\} \begin{array}{l} 100\% \\ p_2 \end{array} \quad p_2 = 29,6\% \approx 30\%$$

c) **Errada**

Cálculo do volume de  $\text{CO}_2$  obtido nas CNTP



$$100,09g \longrightarrow 22,4L$$

$$1g \longrightarrow V_1 \quad \therefore V_1 = 0,22L$$



$$84,32g \longrightarrow 22,4L$$

$$\therefore V_2 = 0,11L$$

$$0,42g \longrightarrow V_2$$

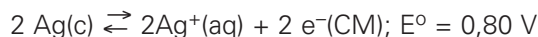
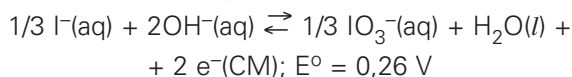
$$\text{Volume total é: } 0,22L + 0,11L = 0,33L$$

e) **Errada**

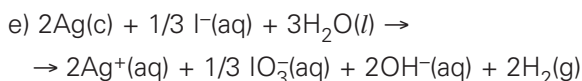
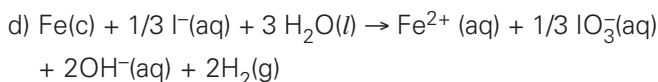
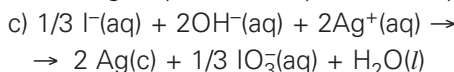
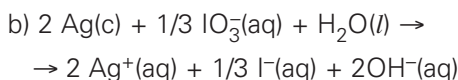
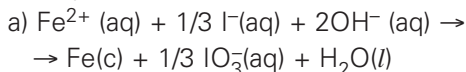
O resíduo sólido é constituído pelos óxidos de cálcio e magnésio

#### 19 c

Considere as semi-reações representadas pelas semi-equações abaixo e seus respectivos potenciais padrão de eletrodo:



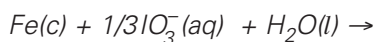
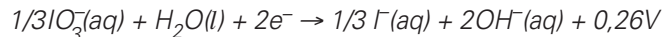
Com base nas informações acima, qual das opções abaixo é a relativa à equação química de uma reação que deverá ocorrer quando os reagentes, nas condições padrão, forem misturados entre si?



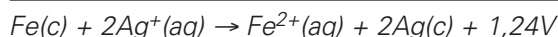
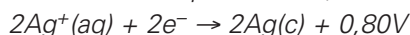
#### Resolução

As semi-equações apresentadas são de oxidações e os potenciais fornecidos são de redução. Analisemos as reações espontâneas que podem realizar-se com essas espécies:

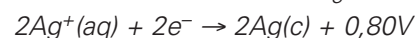
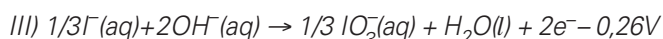
I) Somando as semi-equações temos:

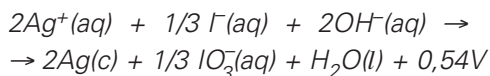


A reação nesse sentido é espontânea



A reação nesse sentido é espontânea.





A reação nesse sentido é espontânea (corresponde a alternativa c)

## 20 e

Considere as seguintes afirmações a respeito da aplicação do fenol: Fenol é utilizado

- I. na síntese da baquelite.
- II. na produção de tintas.
- III. como agente bactericida.
- IV. na obtenção de explosivos.
- V. na síntese do ácido acetilsalicílico.

Das afirmações feitas, estão **CORRETAS**

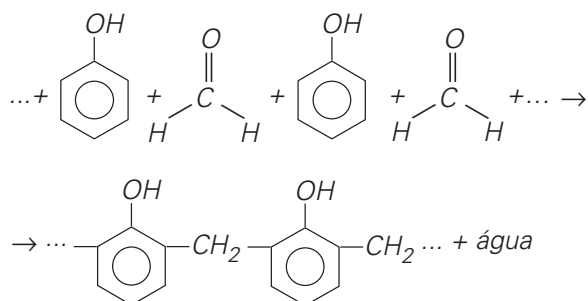
- a) apenas I e II.
- b) apenas I, II, III e V.
- c) apenas II e III.
- d) apenas III e IV.
- e) todas.

### Resolução

Fenol é utilizado:

#### I) na síntese da baquelite:

Ocorre reação entre fenol e formaldeído:



#### II) na produção de tintas

Os fenóis são utilizados na produção de corantes e de resinas epoxi.

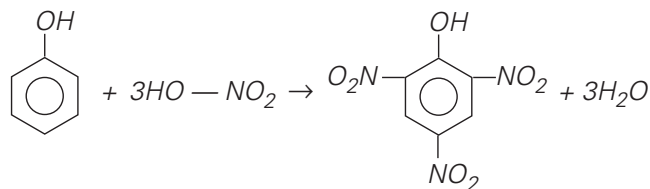
Estas são usadas na fabricação de tintas.

#### III) como agente bactericida

Os cresóis (metilfenóis) obtidos do alcatrão de hulha também são utilizados como desinfetantes, sendo menos tóxicos que o fenol comum.

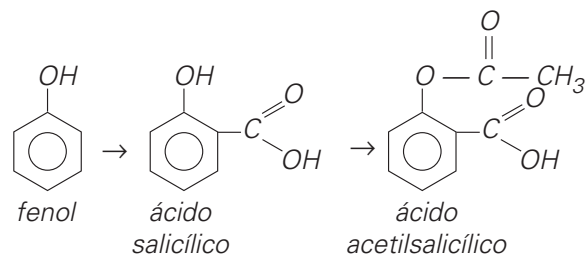
#### IV) na obtenção de explosivos

A nitração do fenol produz ácido pícrico (explosivo)



#### V) na síntese do ácido acetilsalicílico

O fenol produz ácido salicílico e este forma ácido acetilsalicílico



## 21

Justificar por que cada uma das opções **D** e **E** da **Questão 04** está **CORRETA** ou **ERRADA**.

### Resolução

Vide resolução da questão 04

## 22

Justificar por que cada uma das **cinco** afirmações da **Questão 05** está **CORRETA** ou **ERRADA**.

### Resolução

Vide resolução da questão 05

## 23

Justificar por que cada uma das **cinco** opções da **Questão 11** está **CORRETA** ou **ERRADA**.

### Resolução

Vide resolução da questão 11

## 24

Justificar por que cada uma das opções **A**, **C** e **D** da **Questão 13** está **CORRETA** ou **ERRADA**.

### Resolução

Vide resolução da questão 13

## 25

Justificar por que cada uma das opções **B** e **C** da **Questão 14** está **CORRETA** ou **ERRADA**.

### Resolução

Vide resolução da questão 14

## 26

Quando relâmpagos ocorrem na atmosfera, energia suficiente é fornecida para a iniciação da reação de nitrogênio com oxigênio, gerando monóxido de nitrogênio, o qual, em seguida, interage com oxigênio, gerando dióxido de nitrogênio, um dos responsáveis pela acidez de chuvas.

a) Escreva a equação química, balanceada, de cada uma das três transformações mencionadas no enunciado.

b) Descreva o método industrial utilizado para obter ácido nítrico. De sua descrição devem constar a matéria-prima utilizada, as equações químicas balancea-

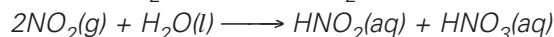
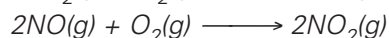
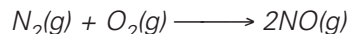


das para reações que ocorrem durante cada etapa do processo e a concentração (em % (m/m)) do ácido vendido comercialmente.

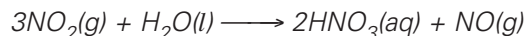
c) Cite **três** aplicações para o ácido nítrico.

### Resolução

Item **a**:

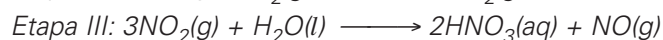
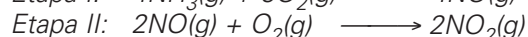
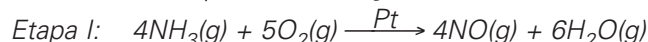


O ácido nitroso se decompõe em ácido nítrico e NO.



Item **b**:

O processo industrial é o processo Ostwald, obtém-se o ácido nítrico a partir da oxidação catalítica da amônia.



Como matérias-primas, temos as seguintes substâncias: amônia, ar atmosférico, oxigênio, água, catalisador (Pt).

O ácido nítrico comercial tem a concentração de 60%.

Item **c**:

O ácido nítrico pode ser utilizado para a fabricação de explosivos, fertilizantes, além disso, é um forte oxidante, e pode ser utilizado para a obtenção da água régia. O ácido nítrico forma nitrocompostos que reduzidos se transformam em aminas. Estas se oxidam produzindo corantes. O ácido nítrico, também é usado na fabricação de polímeros como náilon, dácron.

**27**

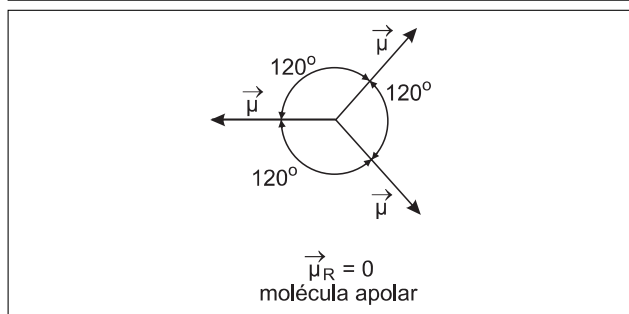
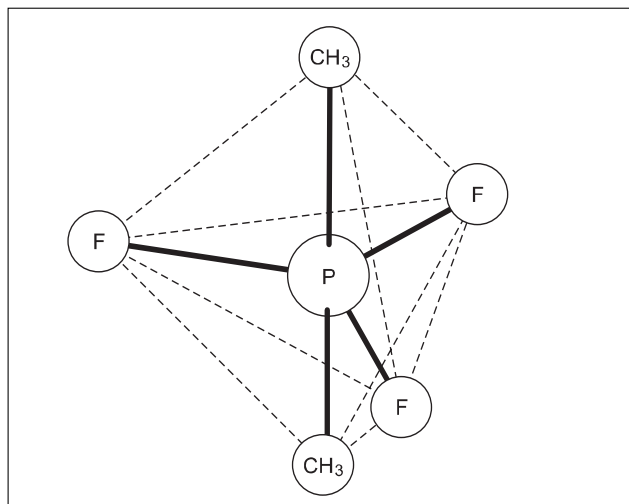
Existem três estruturas possíveis para a molécula de  $PF_3(CH_3)_2$ , onde o átomo de fósforo é o átomo central. Desenhe as três estruturas e explique como valores de momento de dipolo obtidos experimentalmente podem ser utilizados para distingui-las.

### Resolução

A diferença de eletronegatividade entre o flúor e o fósforo é muito maior do que a diferença de eletronegatividade entre o fósforo e o carbono, portanto para facilitar a explicação o vetor momento dipolo da ligação entre o fósforo e o carbono será desprezado.

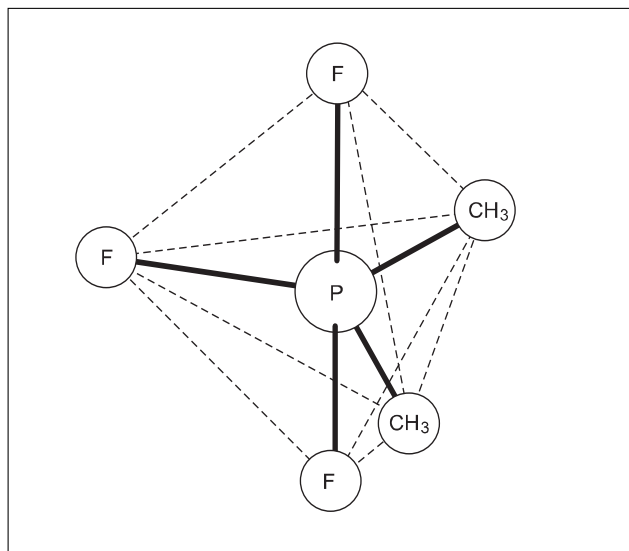
As moléculas têm a forma de uma bipirâmide trigonal.

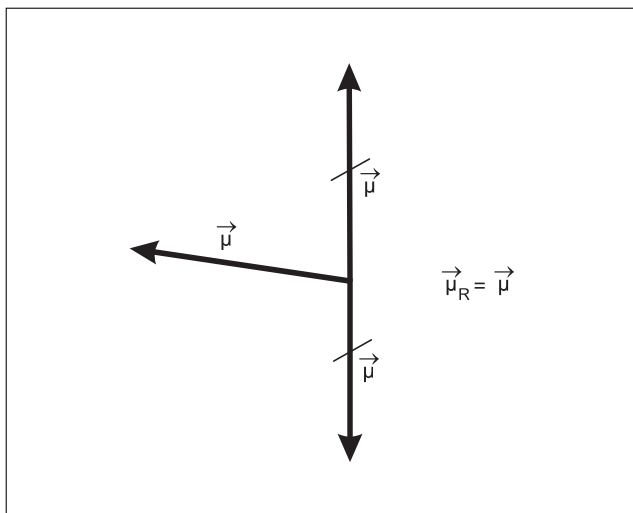
### Estrutura I



Três vetores planos e entre eles eles ângulo de 120°.

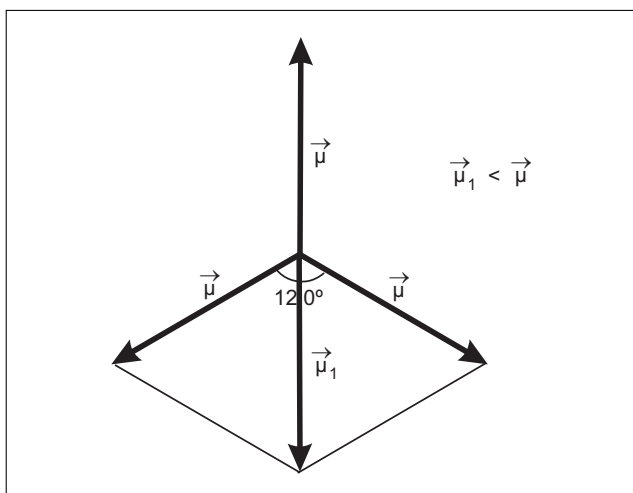
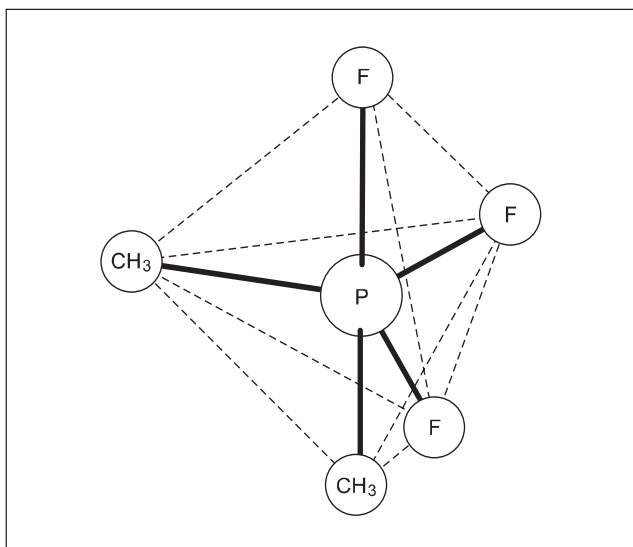
### Estrutura II





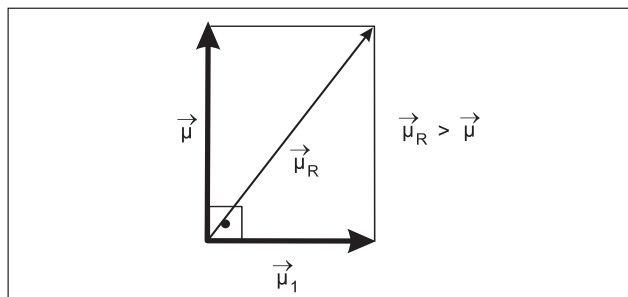
O vetor resultante é o momento de uma ligação F — P.

### Estrutura III



Como o ângulo  $\alpha$  é obtuso o valor de  $\vec{\mu}_1$  é menor que  $\vec{\mu}$ .

Assim temos:



Como o ângulo entre  $\vec{\mu}$  e  $\vec{\mu}_1$  é  $90^\circ$ , o ângulo reto, a resultante será a hipotenusa do triângulo retângulo, portanto  $\vec{\mu}_R > \vec{\mu}$ , ou seja  $\vec{\mu}_R$  é maior que o momento da ligação F — P.

Em ordem de polaridade temos:

$$III > II > I$$

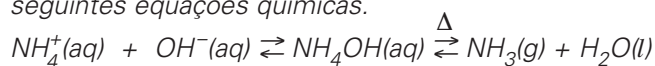
## 28

Quando se deseja detectar a presença de  $\text{NH}_4^+$  em soluções aquosas, aquece-se uma mistura da solução que contém esse íon com uma base forte, NaOH por exemplo; testa-se então o gás produzido com papel indicador tornassol vermelho umedecido em água.

Explique por que esse experimento permite detectar a presença de íons  $\text{NH}_4^+$  em soluções aquosas. Em sua explicação devem constar a(s) equação(ões) química(s) balanceada(s) da(s) reação(ões) envolvida(s).

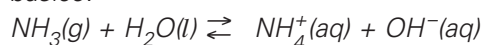
### Resolução

As reações químicas podem ser representadas pelas seguintes equações químicas.



Ao aquecer a mistura resultante libera  $\text{NH}_3$ .

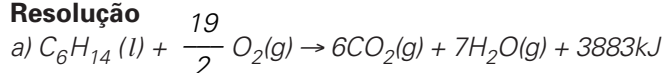
Em contato com o indicador tornassol vermelho umedecido em água torna-o azul, pois o  $\text{NH}_3$  tem caráter básico.



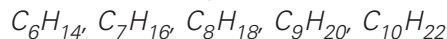
## 29

A  $25^\circ\text{C}$  e pressão de 1 atm, a queima completa de um mol de n-hexano produz dióxido de carbono e água no **estado gasoso** e libera 3883 kJ, enquanto que a queima completa da mesma quantidade de n-heptano produz as mesmas substâncias no **estado gasoso** e libera 4498 kJ.

- Escreva as equações químicas, balanceadas, para as reações de combustão em questão.
- Utilizando as informações fornecidas no enunciado desta questão, faça uma estimativa do valor do calor de combustão do n-decano. Deixe claro o raciocínio utilizado na estimativa realizada.
- Caso a água formada na reação de combustão do n-hexano estivesse no **estado líquido**, a quantidade de calor liberado seria MAIOR, MENOR OU IGUAL a 3383 kJ? (sic) Por quê?

**Resolução**

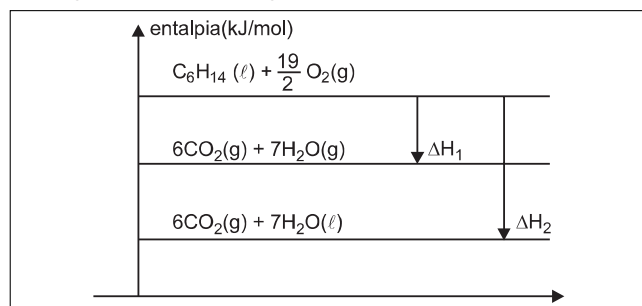
b) Tem-se a série homologa:



Observe que a diferença entre os compostos da série é dada pela adição do grupo  $CH_2$ , portanto o n-decano origina-se pela adição de quatro grupos  $CH_2$ , a partir do n-hexano. A estimativa do calor liberado será:

$$Q = 4 \times (4498 - 3883)kJ + 3883kJ = 6343kJ$$

c) O calor liberado é maior porque a liquefação do vapor d'água libera calor; graficamente, temos:



então conclui-se que  $|\Delta H_2| > |\Delta H_1|$

Nota: No item **c** o calor citado deve ser 3883 kJ

**30**

A tabela a seguir mostra as observações feitas, sob as mesmas condições de pressão e temperatura, com pregos de **ferro** limpos e polidos e submetidos a diferentes meios:

Tabela. Corrosão do ferro em água aerada.

Sistema inicial	Observações durante os experimentos
-----------------	-------------------------------------

- Prego limpo e polido imerso em água aerada. Com o passar do tempo surgem sinais de aparecimento de ferrugem ao longo do prego (formação de um filme fino de uma substância sólida com coloração marrom-alaranjada).
- Prego limpo e polido recoberto com graxa imerso em água aerada. Não há alteração perceptível com o passar do tempo.
- Prego limpo e polido envolvido por uma tira de magnésio e imerso em água aerada. Com o passar do tempo observa-se a precipitação de grande quantidade de uma substância branca, mas a superfície do prego continua aparentemente intacta.
- Prego limpo e polido envolvido por uma tira de estanho e imerso em água aerada. Com o passar do tempo surgem sinais de aparecimento de ferrugem ao longo do prego.

a) Escreva as equações químicas balanceadas para a(s) reação(ões) observada(s) nos experimentos 1, 3 e 4, respectivamente.

b) Com base nas observações feitas, sugira **duas** maneiras diferentes de evitar a formação de ferrugem sobre o prego.

c) Ordene os metais empregados nos experimentos descritos na tabela acima segundo o seu poder redutor. Mostre como você raciocinou para chegar à ordenação proposta.

**Resolução**